“EFECTOS DE LA GLOBALIZACION EN LOS MERCADOS REAL Y FINANCIERO”

Código de proyecto: 06/D052

Director de Proyecto:
JUAN M.C.E. VERSTRAETE
Codirector de Proyecto:
DANIEL A. RADA

MAYO 2002

Introducción

El presente trabajo es continuación de la investigación realizada durante el año 1997 referida al tipo de cambio real. En esa oportunidad se desarrolló un instrumento de análisis microeconómico, considerando el crecimiento de una economía incorporando la variable inversión al modelo tradicional de dos bienes y dos factores.

A partir de este trabajo se logró determinar el tipo de cambio real de equilibrio en el contexto de una economía en crecimiento y la interrelación que existe entre los distintos precios relativos: precio relativo de los factores, precio relativo de los bienes (2 bienes transables y 1 bien no transables) y precio del bien capital. La solución del problema tiene la ventaja de mostrar el proceso de ajuste por medio del cual se alcanza una situación de estado estacionario. Este equilibrio se alcanza mediante el ajuste de los precios relativos. Cabe recordar que el trabajo se realizó en el marco de una economía real, es decir en ausencia de activos financieros.

Este trabajo avanza en el desarrollo del modelo incorporando, justamente, un activo financiero. Esta modificación es de vital importancia debido a que permite introducir mercados en desequilibrio. Concretamente, la existencia del activo financiero hace que no se requiera la condición de equilibrio en la balanza comercial de la economía analizada. Este desequilibrio financiero tiene efectos sobre el sector real de la economía afectando las cantidades transadas en los distintos mercados (bienes y factores) y por supuesto sus precios relativos. También se puede apreciar la relación que existe entre el proceso de inversión y de endeudamiento de la economía.

El trabajo se compone de tres partes o capítulos. En el Capítulo I se presentan los supuestos del modelo básico y las ecuaciones y restricciones que lo componen. En el Capítulo II se resuelve el problema especificando al endeudamiento (o crédito) de acuerdo a la especificación usualmente planteada en la bibliografía relacionada con el tema. Finalmente, en el Capítulo III, se plantea y resuelve el problema sorteando las restricciones de la conclusiones que se presentan el en Capítulo II.

Limitaciones del modelo.

En el modelo la tasa de descuento intertemporal del individuo es la del mercado por lo que los óptimos obtenidos están sujetos a las funciones de producción y el stock de trabajo dado. Por lo tanto no se puede observar una prima por riesgo país, ya que el individuo en ningún momento se endeudará más allá por lo que puede responder. Es de hacer notar que el colateral del endeudamiento son los bienes transables que produce la economía.

<u>Capítulo</u> <u>I</u>:
Supuestos básicos

I. Los supuestos y el modelo estructural.

Se desarrolla un modelo de equilibrio general con presencia de activos financieros, en el que se analiza el impacto sobre el tipo de cambio real de una economía al variar algunas de los parámetros del modelo.

Se obtienen, asimismo las condiciones de optimo bajo las cuales el comportamiento de los agentes económicos maximizan su bienestar. Esto implica relacionar las condiciones usuales de maximización de beneficio social (producción y consumo), con la teoría de capital y el movimiento internacional de activos financieros, es decir en una situación de desequilibrio externo.

La dinámica se introduce por dos vías.

a) Por una parte, continuando con el esquema anterior, suponiendo que el stock de capital de esta economía simplificada puede modificarse por dos razones. Por una parte, por la existencia de depreciación, y por otra, debido a que los bienes pueden ser además de consumidos, invertidos para incrementar el stock de capital.

b) Por otra parte, puede existir desequilibrio externo en la cuenta corriente, lo que dará lugar a la introducción de una nueva variable de stock (deuda o crédito) cuyas variaciones tendrán lugar también por dos razones: por el flujo de estos (préstamos - créditos) en cada período y por la fracción de estos (préstamo - crédito) amortizada por unidad de tiempo.

I.1. Supuestos del modelo.

Los supuestos del modelo son los usualmente planteados en el modelo de equilibrio general de dos sectores. Se incluyen además supuestos referidos a la inversión y al activo financiero.

a. Se trata de una economía donde existen dos bienes, X e Y, y dos factores productivos K (capital) y L (trabajo), siendo estos determinados domésticamente.

b. Las funciones de producción de los bienes X e Y son homogéneas de grado 1. La sustitución es imperfecta entre factores y la tecnología está dada.

c. Hay competencia perfecta en los mercados de bienes y de factores.

d. La dotación del stock de L está dada.

e. Ambos bienes pueden utilizarse para consumo e inversión. En este último caso, generando bienes de capital a través de una función de producción. Es decir que el stock de capital puede modificarse en cada período después de tomar en consideración la depreciación. Además, el stock de capital se deprecia a una tasa constante, $\delta > 0$, por unidad de tiempo. La función de producción del bien capital, también se supone homogénea de grado 1.

f. Existen dos grupos de consumidores: los poseedores del factor L y los poseedores del factor K, siendo sus respectivas funciones de utilidad iguales.

g. Se supone, además, que ambos grupos pueden ahorrar (invertir) o consumir, tal como se explicitó en e.

h. Existe pleno empleo y perfecta movilidad de factores en cada instante en el tiempo.

i. Los bienes difieren para los consumidores en sus características de satisfacción de deseo y para los productores en las intensidades relativas de uso de los factores que minimizan el costo de producción.

j. Ambos bienes son normales en el consumo.

k. La producción de cada bien necesita solamente de los factores originales de producción. La función empresarial es llevada a cabo con costo nulo por el propietario de uno, otro o ambos factores.

l. La sustitución de los bienes en el consumo y entre factores en la producción es continua y puede representarse por una curva continua.

m. Las utilidades marginales de los bienes y las productividades marginales de los factores son siempre positivas, de manera que un nivel dado de utilidad o de producto puede mantenerse al sustituir un bien o un factor por otro.

n. Existe perfecta flexibilidad de precios de bienes y factores.

o. Existen activos financieros en la economía los cuales se expresa en términos del bien exportable. Se supone además que la amortización de este activo (devolución de deuda o cobro de préstamos) es una tasa constantes por unidad de tiempo.

I.2. El modelo.

El modelo se compone de las siguientes ecuaciones:[3]

$$x_p = K_x^{\alpha} L_x^{(1-\alpha)} \qquad \text{(I.1)}$$

$$y_p = K_y^{\beta} L_y^{(1-\beta)} \qquad \text{(I.2)}$$

$$\dot{K} = m_k^{\gamma} y_k^{(1-\gamma)} - \delta K \qquad \text{(I.3)}$$

$$K = K_x + K_y \qquad \text{(I.4)}$$

[3] Los subíndices *p*, *c*, y *k* , denotan cantidades de cada bien, producidas, consumidas e invertidas respectivamente, mientras que los subíndices *x* e *y*, indican cantidades de factores utilizadas en cada sector.

$$L = L_x + L_y \qquad \text{(I.5)}$$

$$U = m_c^{\sigma} \, y_c^{(1-\sigma)} \qquad \text{(I.6)}$$

$$y_p = y_c + y_k \qquad \text{(I.7)}$$

$$x_p - \delta_A A = (m_c + m_k - m_A)\frac{P_m}{P_x} \qquad \text{(I.8)}$$

$$\dot{A} = m_A - \delta_A \ A + r^* A \qquad \text{(I.9)}$$

Las ecuaciones (I.1) y (I.2) son las funciones de producción de los bienes X e Y, siendo las mismas homogéneas de grado uno, es decir que los coeficientes de distribución son menores que uno y distintos entre sí.

$$0 < \beta < 1 \quad ; \quad 0 < \alpha < 1$$

$$\beta \neq \alpha$$

La dinámica del sistema está indicada en las ecuaciones (I.3) y (I.9), que muestran el cambio en el stock de capital debido a la inversión, menos la depreciación, y el cambio en el stock de deuda debido al endeudamiento respectivamente. Este último cambio se debe al endeudamiento bruto de cada período (x_A) menos la amortización de capital que se realiza en ese mismo período y más los intereses que devenga esta deuda a la tasa de interés internacional (r*).
Dado que se supone que la función de producción del capital es también homogénea de grado uno,

$$0 < \gamma < 1 .$$

Las ecuaciones (I.4) y (I.5), expresan el pleno empleo de los factores productivos K y L.

La función de utilidad social se indica en (I.6). Dado el supuesto de que es homogénea de grado uno,

$$0 < \sigma < 1 \quad .$$

Finalmente, las ecuaciones (I.7) y (I.8), expresan la restricción de que en cada momento, las cantidades producidas de cada bien, se igualen a las cantidades consumidas más las invertidas de cada uno de ellos.

Se mantiene un esquema de un bien no transable internacionalmente, con el objeto de poder determinar el precio relativo entre bienes transables y no transables internacionalmente (tipo de cambio real). También se supone que el precio relativo internacional de los bienes transables es constante. Sin embargo no resulta constante la relación transables- no transables, ya que la inversión produce una reasignación de recursos en la economía que puede hacer variar el precio de los bienes transables internacionalmente con relación al bien no transable, debido al cambio en este último.

Capítulo II:
El problema de maximización.

II.1. Supuestos adicionales.

Tal como se mencionó, se busca determinar el precio relativo entre bienes transables y no transables internacionalmente (tipo de cambio real), de manera que se debe incorporar al análisis un tercer bien no comercializable.

1. El bien Y es no transable internacionalmente, y puede destinarse al consumo o a la inversión.

$$y_p = y_c + y_k \tag{II.1}$$

Esta restricción indica que la producción doméstica es consumida o invertida totalmente.

2. El bien X es transable internacionalmente, y se exporta en su totalidad. Es intercambiado a los precios internacionales (que se suponen dados y fijos) por el bien M (bien de importación) que puede consumirse o invertirse. Sin embargo, se supone además que puede existir endeudamiento del exterior o préstamos al exterior en cada período.

$$x_p + x_A = m.\left(\frac{p_m}{p_x}\right)^* + \delta_A \ A \tag{II.2}$$

$$m = (m_c + m_k) \tag{II.3}$$

El lado izquierdo de la primera expresión representa las exportaciones (expresadas en términos del bien X) más el endeudamiento bruto de ese período, asimismo expresado en términos del bien X. En tanto que el lado derecho expresa las importaciones y la amortización de capital realizada en ese período, ambos expresados en términos del bien exportable.

Es decir que se presenta una balanza comercial que puede estar desequilibrada, en el sentido que el valor de las exportaciones ya no necesariamente es igual al valor de las importaciones debido a la existencia de endeudamiento.

El esquema propuesto es el que se presenta en el gráfico nº 3.

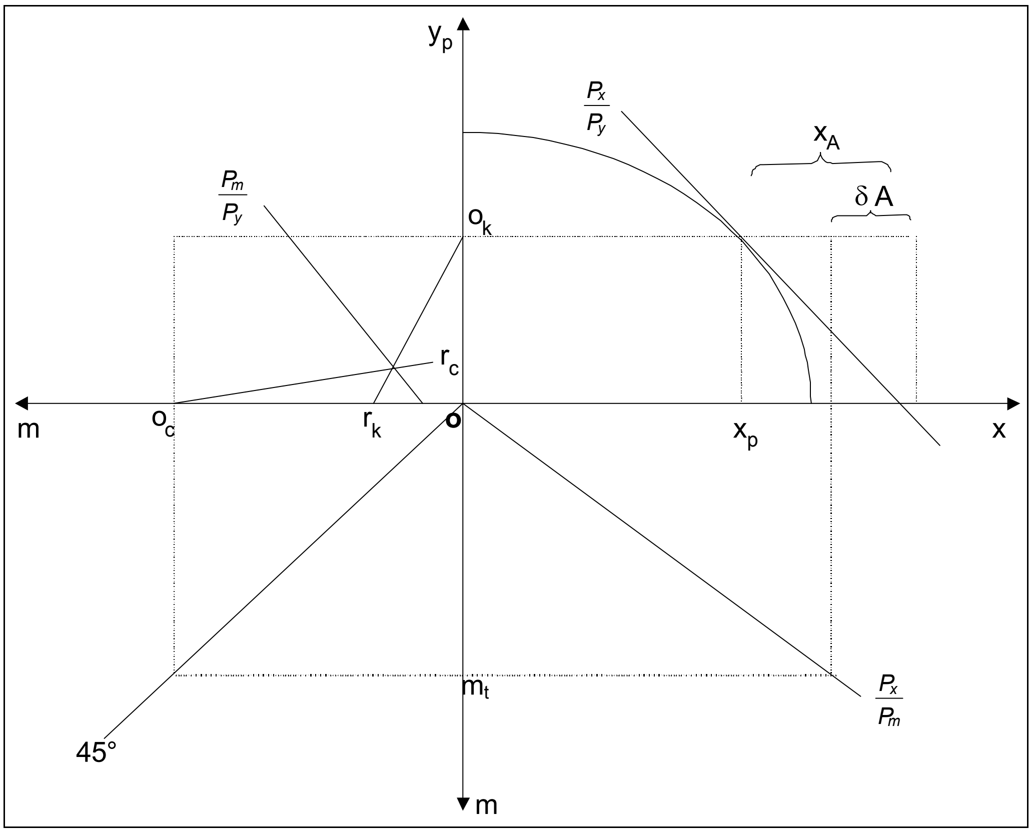
En el primer cuadrante se presenta el bloque de producción. La producción se ubica en los niveles que indica el precio relativo de los bienes producidos domésticamente X e Y (x_p, y_p).

En el segundo cuadrante, aparecen los términos del intercambio, es decir el precio relativo de X con relación a M, que están dados y fijos. Como el total de la producción del bien X (x_p) se exporta y además existe endeudamiento, esta cantidad de producción más el endeudamiento se intercambia por la cantidad m_t del bien importable.

El tercer cuadrante traslada el segmento Om_t al eje horizontal. En el cuarto cuadrante se distribuye consumo e inversión de acuerdo al precio relativo de los bienes transables y no transables. De izquierda a derecha se mide consumo y de arriba hacia abajo inversión.

En este cuadrante se indican las intensidades relativas de consumo e inversión en cada bien las que están determinadas por la función de utilidad y de inversión (r_c,r_k).

Gráfico nº 3: Esquema de análisis



II.2. <u>El</u> <u>problema</u> <u>de</u> <u>maximización</u>.

El Hamiltoniano es en este caso:

$$H = \int_0^{\infty} e^{-rt} \left[m_c^{\sigma} y_c^{1-\sigma} + \varphi_1 \ (m_k^{\gamma} y_k^{1-\gamma} - \delta K) + \varphi_2 \ (x_A - \delta_A A + r^* A) \right] dt$$

El problema de maximización con las restricciones adicionales queda planteado entonces como:

$$\mathrm{L} = \int_0^\infty e^{-rt}\,(m_c^\sigma\, y_c^{1-\sigma}) + \varphi_1\;(m_k^\gamma\, y_k^{1-\gamma} - \delta K) + \varphi_2\;(x_A - \delta_A\, A + r^* A)dt$$

$$+\lambda_1.((m_c + m_k)\frac{p_m}{p_x} + \delta_A\;A - x_p - x_A) + \lambda_2.(y_p - y_c - y_k) +$$

$$+\lambda_3.(K - K_x - K_y) + \lambda_4.(L - L_x - L_y)$$

Notemos que en este caso, el precio relativo internacional de los bienes transables (términos del intercambio) está dado, en cuyo caso la variación de precios se determina a través de los precios sombra del bien X y del bien Y (λ_1,λ_2) y los consecuentes efectos sobre el precio relativo de los factores (λ_3,λ_4).

El precio sombra del bien capital, φ_1, y del activo financiero, φ_2, también se ve afectado por el movimiento de precios relativos de los bienes transables y no transables. Cabe aclarar la interpretación económica de los multiplicadores.

Cuando la función objetivo tiene la dimensión de una valoración económica, en este caso utilidad, los multiplicadores se interpretan como precios expresados en términos de la unidad de la función objetivo, en este caso útiles. Es decir que los precios reflejan la valoración de cada unidad física en términos de útiles y deben ser entendidos como precios relativos en los mismos términos.

$$p_x = \lambda_1$$
$$p_y = \lambda_2$$
$$c_k = \lambda_3$$
$$p_l = \lambda_4$$
$$p_k = \varphi_1$$
$$p_A = \varphi_2$$

A partir del Hamiltoniano se obtienen las siguientes relaciones:

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial m_c} = \sigma\left(\frac{y_c}{m_c}\right)^{1-\sigma} - \lambda_1\frac{p_m}{p_x} = 0 \qquad \text{(II.4)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial y_c} = (1-\sigma)\left(\frac{y_c}{m_c}\right)^{-\sigma} - \lambda_2 = 0 \qquad \text{(II.5)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial m_k} = \varphi_1\;\gamma\left(\frac{y_k}{m_k}\right)^{1-\gamma} - \lambda_1\frac{p_m}{p_x} = 0 \qquad \text{(II.6)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial y_k} = \varphi_1\;(1-\gamma)\left(\frac{y_k}{m_k}\right)^{-\gamma} - \lambda_2 = 0 \qquad \text{(II.7)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial K_x} = \lambda_1 \alpha \left(\frac{K_x}{L_x} \right)^{\alpha-1} - \lambda_3 = 0 \qquad \text{(II.8)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial L_x} = \lambda_1 (1-\alpha) \left(\frac{K_x}{L_x} \right)^{\alpha} - \lambda_4 = 0 \qquad \text{(II.9)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial K_y} = \lambda_2 \beta \left(\frac{K_y}{L_y} \right)^{\beta-1} - \lambda_3 = 0 \qquad \text{(II.10)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial L_y} = \lambda_2 (1-\beta) \left(\frac{K_y}{L_y} \right)^{\beta} - \lambda_4 = 0 \qquad \text{(II.11)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial K} = \dot{\varphi}_1 = r\varphi_1 - (-\delta\varphi_1 + \lambda_3) = (r+\delta)\varphi_1 - \lambda_3 \qquad \text{(II.12)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial x_A} == \varphi_2 - \lambda_1 \qquad \text{(II.13)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial A} = \dot{\varphi}_2 = r\varphi_2 - (-\delta_A \varphi_2 + r^* \varphi_2 + \delta_A \lambda_1) = (r - r^*)\varphi_2 \qquad \text{(II.14)}$$

II.3. <u>Relación entre los precios relativos</u>.

De las condiciones derivadas en el punto anterior surgen las siguientes relaciones de precios y razones de bienes y factores:

De (II.4) y (II.5):

$$\frac{y_c}{m_c} = \frac{(1-\sigma)}{\sigma} \frac{p_m}{p_y}$$

De (II.6) y (II.7):

$$\frac{y_k}{m_k} = \frac{(1-\gamma)}{\gamma} \frac{p_m}{p_y}$$

De (II.8) y (II.9):

$$\frac{K_x}{L_x} = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{p_l}{c_k}$$

De (II.10) y (II.11):

$$\frac{K_y}{L_y} = \frac{\beta}{(1-\beta)} \frac{p_l}{c_k}$$

Despejando λ_3 de (II.8) y (II.10), igualando, y teniendo presentes las relaciones precedentes, se obtiene la relación entre el precio relativo de los bienes y el precio relativo de los factores, que corresponde a la bien conocida relación Stolper – Samuelson:

$$\frac{p_l}{c_k} = \left[\frac{\alpha^{\alpha}\ (1-\alpha)^{(1-\alpha)}}{\beta^{\beta}\ (1-\beta)^{(1-\beta)}}\right]^{\frac{1}{\beta-\alpha}} \left[\frac{p_x}{p_y}\right]^{\frac{1}{\beta-\alpha}}$$

ó

$$\frac{p_l}{c_k} = \left[\frac{\alpha^{\alpha}\ (1-\alpha)^{(1-\alpha)}}{\beta^{\beta}\ (1-\beta)^{(1-\beta)}}\right]^{\frac{1}{\beta-\alpha}} \left[\frac{p_m}{p_y}\right]^{\frac{1}{\beta-\alpha}} \quad \left[\frac{p_m}{p_x}\right]^{-\frac{1}{\beta-\alpha}}$$

Haciendo uso de las condiciones (II.4) y (II.6), igualando λ_1, y despejando φ_1 se obtiene:

$$\varphi_1 = \frac{\sigma\left(\frac{y_c}{m_c}\right)^{1-\sigma}}{\gamma\left(\frac{y_k}{m_k}\right)^{1-\gamma}} = \frac{\sigma^{\sigma}(1-\sigma)^{(1-\sigma)}}{\gamma^{\gamma}(1-\gamma)^{(1-\gamma)}}\left(\frac{p_m}{p_y}\right)^{\gamma-\sigma} \qquad \text{(II.15)}$$

tomando logaritmo en ambos miembros y derivando con respecto al tiempo resulta:

$$\frac{\dot{\varphi}_1}{\varphi_1} = (\gamma-\sigma)\frac{\dot{\rho}_m}{\rho_m}$$

donde:

$$\rho_m = \frac{p_m}{p_y}$$

Por otra parte de (II.13) se deduce que el precio del activo financiero es igual al precio del bien X.

$$\varphi_2 = \lambda_1$$

Finalmente de (II.14) se advierte que la situación de equilibrio requiere que la tasa de interés internacional r* sea igual a la tasa de descuento doméstica (r), en tal caso los cambios en el precio del activo financiero son nulos.

Existe sin embargo una limitación en ésta última conclusión. En caso de que las tasa de interés doméstica e internacional difieran entre sí, no existirá equilibrio y tampoco un mecanismo de ajuste que cierre la brecha entre ambas tasas.

Si la tasa de interés doméstica es superior a la internacional, se producirá una situación en la que se tomará crédito indefinidamente (el stock de deuda tiende a infinito), debido a que siempre resultará conveniente tomar deuda. Esta situación refleja un déficit de balanza comercial indefinido. De la misma manera, si la tasa de interés doméstica es inferior a la internacional, al resto del mundo le convendrá solicitar prestado a la economía analizada, generando superávit comercial en la balanza.

Ambas situaciones, tal como se expresó anteriormente, conducirán a una situación explosiva de las distintas variables económicas, debido a que no existe un mecanismo de ajuste endógeno que cierre la brecha que existe entre las dos tasas ya que ambas son parámetros del modelo.

Cabe aclarar que en general, la bibliografía relacionada con este tema, llega a conclusiones similares, sin salvar el problema de los movimientos explosivos del stock de deuda. Es decir, en general se concluye que las tasas externas y doméstica deben igualarse, sin entrar en el proceso de ajuste que se requiere para que esto ocurra. Tampoco se analiza en estos modelos la relación que existe entre el mercado de activos financieros y el mercado de capital físico.

Este último es el que introduce la teoría de capital al modelo mediante conceptos como producto marginal de la inversión, eficiencia marginal del capital y producto marginal de la inversión.

Mientras que en el mercado de activos financieros que deseamos analizar en este modelo, la oferta y demanda de fondos que equilibra este mercado, debe estar relacionada con el sector real y los conceptos arriba mencionados a través de la tasa de interés real y nominal vigente en ese mercado.

Capítulo III:

Una manera de sortear el inconveniente planteado en el punto anterior, es especificar el modelo de manera que la renta generada por los bonos sea una variable endógena y que por lo tanto se determine en el sistema.

El sector de bienes no transables internacionalmente tiene las características de una economía cerrada, en tal caso la determinación del ingreso en este sector es equivalente al de una economía cerrada. En términos de la identidad macroeconómica resulta que:

$$Y = C + I + G = C + S^D + S^E + G \qquad \text{(III.1)}$$

III.1. El mercado de bienes no transables.

De acuerdo al modelo aquí desarrollado, en el que se produce un bien transable y un bien no transable, la oferta en el mercado de no transables es igual a la producción de este bien,

$$y^S = y^p(K_y;L_y) \qquad \text{(III.2)}$$

La demanda de bienes no transables responde a distintos usos del bien, que puede ser destinado a consumo, o a inversión.

$$y^D = y_c + y_k \qquad \text{(III.3)}$$

Finalmente el equilibrio del mercado determina también la restricción presupuestaria en que el ingreso debe igualar al gasto total.

$$y^p(K_y;L_y) = y_c + y_k \qquad \text{(III.4)}$$

Cabe aclarar que en este mercado, ex - post, el ahorro en bienes no transables es igual a la inversión en los mismos. A nivel agregado, en este mercado los activos financieros se compensan entre los agentes económicos (los créditos de uno son los débitos del otro).

III.2. El mercado de bonos.

El sector que emite activos financieros externos, recibe en el período en que ha realizado la emisión de bonos, bienes transables que reflejan el ahorro que los residentes (o no residentes) han realizado.

En otras palabras, en una situación en la cual un país es deudor neto, se verifica que su absorción o gasto agregado es mayor que su ingreso en la parte aportado por los no residentes. Esa mayor absorción se explica por el hecho de que recibe bienes desde el exterior (ahorro externo) cuyo contrapartida es el mercado de bonos. En este caso, la oferta de bonos de los agentes domésticos es completamente elástica, es decir que todo déficit de la cuenta corriente será compensada por los movimientos de capitales no compensatorios (demanda por bonos de los agentes del exterior).

Alternativamente, si el país registra un ingreso mayor que su absorción, resulta que sus residentes están ahorrando entregando bienes al exterior y recibiendo bonos (los residentes del país demanda bonos).

Es decir que la demanda de bonos es una oferta de ahorro (demanda de ingreso futuro), de manera que la función de demanda de bonos, tiene la siguiente expresión:

$$\Delta B^d = B(m_s) \qquad \text{(III.5)}$$

Donde m_s (ahorro externo), es el flujo de bienes transables que son entregados a cambio de bonos.

Es decir que la generación de bonos, dependerá de la cantidad de bienes que se ahorren y que se transformen en activos financieros (bonos). Esta función se puede interpretar como la cantidad de bienes transables (en este caso m) necesarios para producir un bono.

El cambio en el stock de bonos (la emisión de bonos por unidad de tiempo, ΔB), es una función de un flujo, el ahorro (m_s) por unidad de tiempo.

La productividad marginal del ahorro externo se supone positiva y creciente a tasa creciente, ya que a medida que aumente la demanda de ahorro externo ofrecido, los agentes económicos del exterior solo estarán dispuestos a adquirir o intercambiar una unidad adicional de bonos ofreciendo una menor cantidad de bienes.

$$\frac{\partial\left(\Delta B_E^D\right)}{\partial m_s} = B_{ms} > 0 \qquad ; \qquad \frac{\partial^2\left(\Delta B_E^D\right)}{\partial {m_s}^2} > 0$$

Se supone además que los bonos devengan un renta (r^B), la cual se debe pagar en términos de bienes transables (ya que es renta proveniente de deuda externa), y que es una función del stock de bonos,

$$r^B = m^r(B) \qquad \text{(III.6)}$$

Además se supone que cuanto mayor es el stock de bonos, mayor es la renta que se requerirá que ellos devenguen. Este supuesto tiene implícito que cada nueva emisión de bonos se pacta a un mayor rendimiento. Este rendimiento es en definitiva, el cupón que el emisor del bono paga en cada período al tenedor del bono.

$$\frac{\partial\, m^r}{\partial B} > 0 \qquad ; \qquad \frac{\partial^2\, m^r}{\partial B^2} > 0$$

Finalmente se supone que en todo momento la demanda de bonos se iguala a la oferta de bonos.

$$\Delta B^S = \Delta B^D = \Delta B = B(m_s) \qquad \text{(III.7)}$$

El stock de bonos puede ser mantenido por residentes y por no residentes, no obstante, dado que las operaciones entre residentes se cancelan entre sí, se suponen dos situaciones diferenciadas.

a. El caso del país que presta al exterior. En este caso el país extranjero (o resto del mundo) es quien emite los bonos. Los residentes del país analizado demandan esos bonos a cambio de bienes que ahorran (ceden al exterior), restringiendo su absorción. En tal caso, el stock de bonos está en poder de los residentes del país analizado.

$B = B^R$

b. El caso del país que recibe préstamos del exterior. Este es diametralmente opuesto al anterior. El país analizado es quien emite los bonos a cambio de bienes ahorrados por el resto del mundo o no residentes. El stock de bonos, está en poder de los no residentes.

$B = B^{NR}$

III.3. Sector Externo.

A efectos de especificar las restricciones correspondientes al sector externo, se debe mantener la distinción realizada en el punto anterior diferenciando el caso de país que presta al exterior del caso en que recibe préstamos del exterior.

En ambos casos se mantiene el supuesto de que la totalidad del bien transable es exportado, es decir que las exportaciones del país son iguales a la cantidad producida del bien X que es intercambiado por el bien M (bien importable).

a) Caso del país que presta al exterior.

Los bienes transables recibidos por los residentes, pueden ser destinados a consumo, inversión externa o a inversión doméstica. Es decir que del total de bienes transables recibidos, un residente puede optar por consumirlo, obtener un bono del exterior o bien invertirlo en bienes de capital.

La cantidad total de bienes que recibe el país, está compuesta, además de los bienes intercambiados por la producción del bien X a los términos de intercambio dados, por la renta que ingresa al país por los bonos en poder de los residentes.

$$x^P(K_x,L_x) + \rho_x \; m^r(B) = m_c \, \rho_x + m_k \, \rho_x + m_s \, \rho_x \qquad \text{(III.8)}$$

donde: ρ_x son los términos de intercambio que están dados (P_m/P_x).

Esta expresión está determinando las cuentas externas del país, es decir la balanza de pagos.

$$x^P(K_x,L_x) - m_c \, \rho_x - m_k \, \rho_x + \rho_x \; m^r(B) - \; m_s \, \rho_x = 0 \qquad \text{(III.8')}$$

El primer término expresa las exportaciones de bienes. Los términos segundo y tercero reflejan las importaciones de bienes. El cuarto término refleja el ingreso de servicios financieros (transferencias) y el quinto término denota los movimientos de capitales, es decir la cuenta capital (salida neta de capitales no compensatorios).

El equilibrio en la balanza de pagos está dado por: las exportaciones (x_p) menos las importaciones de bienes destinados a consumo y a inversión, más la recepción de los intereses sobre los bonos externos en poder de residentes y menos el movimiento de capitales.

Si las exportaciones se igualan a las importaciones de bienes de bienes más los servicios financieros, no habrá movimiento de capitales (la cuenta corriente se encuentra en equilibrio).

b) Caso del país deudor neto que recibe préstamos del exterior.

En este caso, la oferta total de bienes transables está compuesta, además de la producción del bien X, por los ahorros en bienes transables de los no residentes que ingresan al país a cambio de bonos.

$$x^P(K_x;L_x) - m_c\,\rho_x - m_k\,\rho_x - \rho_x\;m^r(B) + \;m_s\,\rho_x = 0$$

El primer término expresa las exportaciones de bienes. Los términos segundo y tercero reflejan las importaciones de bienes. El cuarto término refleja el pago de servicios financieros (transferencias) y el quinto término denota los movimientos de capitales, es decir la cuenta capital (entrada neta de capitales).

Se debe notar que el pago de intereses se contabiliza como servicios imputados a la cuenta corriente. Asimismo, si las exportaciones son iguales a las importaciones de bienes más los pagos de intereses al exterior, el ingreso de capitales será nulo.

III.4. Maximización de la función de utilidad social.

A efectos de determinar las condiciones de equilibrio estacionario que maximizan el nivel de bienestar social, resulta el siguiente planteo:

a) Caso del país que presta al exterior.

$$\int_0^\infty e^{-r\,t}\;\mu\,(m_c\,,\,y_c) + \varphi_1\,[I(y_k;m_k) - \delta K] + \varphi_2\,[B(m_s)]\,dt$$

$$+\,\lambda_1\,[x^P(K_x;L_x) - m_c\,\rho_m - m_k\,\rho_m + \rho_m\;m^r(B) - \;m_s\,\rho_m\,]$$

$$+\,\lambda_2\,[y^P(K_y;L_y) - y_c - y_k]$$

$$+\,\lambda_3\,(K - K_x - K_y)$$

$$+\,\lambda_4\,(L - L_x - L_y)$$

Las condiciones de máximo están dadas por:

$$\frac{\partial L}{\partial m_c} = U_{m_c} - \lambda_1\;\rho_m \qquad \text{(III.9)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_c} = U_{y_c} - \lambda_2 \qquad \text{(III.10)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_k} = \varphi_1 \; I_{m_k} - \lambda_1 \; \rho_m \qquad \text{(III.11)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_k} = \varphi_1 \; I_{y_k} - \lambda_2 \qquad \text{(III.12)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_s} = \varphi_2 \; B_{m_s} - \lambda_1 \; \rho_m \qquad \text{(III.13)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial K_x} = \lambda_1 \; X_{K_x} - \lambda_3 \qquad \text{(III.14)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial L_x} = \lambda_1 \; X_{L_x} - \lambda_4 \qquad \text{(III.15)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial K_y} = \lambda_2 \; Y_{K_y} - \lambda_3 \qquad \text{(III.16)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial L_y} = \lambda_2 \; Y_{L_y} - \lambda_4 \qquad \text{(III.17)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = \dot{\varphi}_1 = r \; \varphi_1 - \left[- \delta \; \varphi_1 + \lambda_3 \right] \qquad \text{(III.18)}$$

$$\dot{\varphi}_1 = (r + \delta) \; \varphi_1 - \lambda_3 \qquad \text{(III.18')}$$

$$\frac{\partial L}{\partial B} = \dot{\varphi}_2 = r \; \varphi_2 - \lambda_1 \; \rho_m \; \frac{\partial m^r}{\partial B} \qquad \text{(III.19)}$$

La condiciones (III.9) a (III.18), excepto (III.13) determinan las mismas relaciones resultantes en el punto II.3. Resta analizar las condiciones de estacionariedad en el mercado del bien capital (inversiones) y las condiciones (III.13) y (III.19), que son las que determinan el equilibrio en el mercado de bonos y sector externo.

III.5. Condiciones de estacionariedad en el mercado del bien capital.

Combinando las condiciones (III.14) y (III.18'), se obtiene:

$$\dot{\varphi}_1 = (r+\delta)\,\varphi_1 - \lambda_1\; X_{K_x}$$

Utilizando (III.11) resulta:

$$\dot{\varphi}_1 = (r+\delta)\,\varphi_1 - \frac{I_{m_k}\;X_{K_x}}{\rho_m}\,\varphi_1$$

En tal caso, en estado estacionario en que no hay cambios en el precio del bien capital (φ_I), se debe cumplir que la eficiencia marginal de la inversión (producto entre la productividad marginal de la inversión y la productividad marginal del capital) se iguale a la tasa de descuento intertemporal más la tasa de depreciación del stock de capital.

$$(r+\delta) = \frac{I_{m_k}\;X_{K_x}}{\rho_m} = PM_gI_m\,.\,PM_gK_x = EM_gI$$

Además de (III.10') se puede concluir que el precio de equilibrio del bien capital es igual al valor actual de la remuneración al capital (λ_3), descontado a la tasa de descuento intertemporal más la tasa de depreciación.

$$\varphi_1 = \frac{\lambda_3}{r+\delta}$$

En el anexo I[4] se desarrolla el caso en que las funciones de producción, de inversión y de utilidad social son homogéneas de grado 1 con elasticidad de sustitución constante e igual a uno y se presentan las condiciones de estacionariedad del sistema para ese caso en particular.

III.6. Condiciones de estacionariedad en el mercado de bonos.

Una primera apreciación respecto a la condición (III.19) es que, en estado estacionario el precio del bono (φ_2), es igual a:

$$\varphi_2 = \frac{\lambda_1\;\rho_m\;\dfrac{\partial m^r}{\partial B}}{r}$$

es decir, el precio del bono es igual al valor actual de los ingresos que genera el bono, expresado en términos de utilidad del bien.

El numerador del término de la derecha es el cupón que paga el bono por unidad de tiempo. Siendo que se supone una perpetuidad, su precio es igual al valor actual del cupón.

La condición (III.11) se puede reexpresar como:

---

[4] Vid Infra, pág. 21.

$$\frac{\partial L}{\partial B} = \dot{\varphi}_2 = r\,\varphi_2 - \varphi_2\ B_{m_s}\ \frac{\partial m^r}{\partial B}$$

De manera que para que exista equilibrio se debe verificar que:

$$r = B_{m_s}\ \frac{\partial m^r}{\partial B} = PM_gS\ .\ PM_gB = EM_gS$$

Es decir que, la eficiencia marginal del ahorro (resultante del producto entre la productividad marginal del ahorro y la productividad marginal del bono) se iguala a la tasa de interés doméstica. A diferencia del caso anterior, en que se suponía una tasa de interés internacional dada (r*), en este caso el país prestará y a medida que preste se incrementará el stock de bonos en su poder. A medida que esto ocurra, irá aumentando la PMgS y creciendo la PMgB, cuando el producto entre ambos se iguale a la tasa de descuento del país, se alcanzará el stock óptimo de bonos.

La eficiencia marginal del ahorro indica la cantidad de bienes que se obtienen (por bono) por unidad de tiempo dado el sacrificio del mismo bien para obtener un bono adicional.

Cabe destacar que, en ausencia de depreciación del stock de capital, en equilibrio se verifica que la eficiencia marginal de la inversión es igual a la eficiencia marginal de ahorro y ambas iguales a la tasa de descuento intertemporal.

$$EM_gS = EM_gI = r$$

b) Caso del país que recibe préstamos del exterior.

El planteo es el mismo que en el caso anterior. Solamente se diferencia en las condiciones (III.5) y (III.11) que cambian su signo:

$$\frac{\partial L}{\partial m_s} = \varphi_2\ B_{m_s} + \lambda_2\ \rho_m \qquad \textbf{(III.5)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial B} = \dot{\varphi}_2 = r\,\varphi_2 + \lambda_2\ \rho_m\ \frac{\partial m^r}{\partial B} \qquad \textbf{(III.11)}$$

También en este caso resulta que para que exista equilibrio se debe verificar:

$$r = B_{m_s}\ \frac{\partial m^r}{\partial B} = PM_gS\ .\ PM_gB = EM_gS$$

Con estos resultados se resuelve el problema de la indeterminación del nivel de endeudamiento a una tasa dada a que habíamos arribado en el capítulo II. Esto como en el caso de la economía cerrada nos permitirá determinar todas la razones de precios como asimismo el tipo de cambio real y los eventuales efectos de políticas económicas instrumentadas por el gobierno.

Conclusiones.

Como conclusión relevante, se destaca que el tipo de cambio real depende exclusivamente de las tecnologías de producción de bienes de consumo o del bien capital, de manera que cambios en estas tecnologías significan cambios en el tipo de cambio real de equilibrio, lo que implica un aporte a la teoría tradicional que usualmente define al tipo de cambio real de equilibrio como aquel que equilibra la balanza comercial.

En este caso, se concluye que, existiendo equilibrio en la balanza de pagos, pueden producirse cambios en el tipo de cambio real de equilibrio, ante un cambio en la tecnología de producción de bienes o de inversión.

Por otra parte, en la convergencia del tipo de cambio real participa el coeficiente de distribución de la función de utilidad (consumo), además de los componentes mencionados en el párrafo anterior. La convergencia se relaciona con las razones de bienes invertidos o consumidos.

Cabe destacar además, que dado que el tipo de cambio real depende exclusivamente de los factores reales de la economía, no puede modificarse por medio de políticas monetarias, como por ejemplo una devaluación, mientras que la moneda no sea considerada como un factor de producción.

Con los resultados obtenidos en el capítulo III, se resuelve el problema de la indeterminación del nivel de endeudamiento a una tasa dada a que habíamos arribado en el capítulo II. Esto como en el caso de la economía cerrada nos permitirá determinar todas las razones de precios como asimismo el tipo de cambio real y los eventuales efectos de políticas económicas instrumentadas por el gobierno.

ANEXO I

1. Convergencia del tipo de cambio real

$$\dot{\rho}_m = \frac{(r+\delta)}{(\gamma-\sigma)}\rho_m - \frac{A_0}{(\gamma-\sigma)}\rho_m^{\;2-\gamma-\frac{1-\alpha}{\beta-\alpha}} \qquad \text{(A.1)}$$

Esta ecuación diferencial, no lineal, se soluciona mediante la sustitución:

$$z = \rho_m^{\;1-\theta}$$

donde:

$$\theta = 2-\gamma-\frac{1-\alpha}{\beta-\alpha}$$

de donde resulta:

$$\dot{z} = (1-\theta)\rho_m^{\;-\theta}\ \dot{\rho}_m$$

despejando $\dot{\rho}_m$,

$$\dot{\rho}_m = \frac{\dot{z}}{(1-\theta)}\rho_m^{\;\theta}$$

sustituyendo en (A.1).

$$\frac{\dot{z}}{(1-\theta)}\rho_m^{\;\theta} = \frac{(r+\delta)}{(\gamma-\sigma)}\rho_m - \frac{A_0}{(\gamma-\sigma)}\rho_m^{\;\theta}$$

despejando $\dot{z}$, se obtiene:

$$\dot{z} = \frac{(r+\delta)}{(\gamma-\sigma)}(1-\theta)\rho_m^{\;1-\theta} - \frac{A_0}{(\gamma-\sigma)}(1-\theta)\frac{\rho_m^{\;\theta}}{\rho_m^{\;\theta}}$$

o bien:

$$\dot{z} = \frac{(r+\delta)}{(\gamma-\sigma)}(1-\theta)\,z - \frac{A_0}{(\gamma-\sigma)}(1-\theta)$$

que es una ecuación diferencial lineal en z, cuya solución es por los métodos usuales.

$$z = \left[C_0 \ e^{\varpi t} + \frac{A_0}{(r+\delta)} \right]$$

realizando nuevamente la sustitución: $z = \rho_m^{\ 1-\theta}$, ó $\rho_m = z^{\frac{1}{1-\theta}}$, se obtiene la solución en ρ_m.

$$\rho_m = \left[C_0 \ e^{\varpi t} + \frac{A_0}{(r+\delta)} \right]^{-\frac{1}{1-\gamma-\frac{1-\alpha}{\beta-\alpha}}}$$

donde: $\varpi = -\left(1-\gamma-\dfrac{1-\alpha}{\beta-\alpha} \right) \dfrac{(r+\delta)}{(\gamma-\sigma)}$

2. Convergencia del stock de capital.

$$\int f(t)\, dt = -a \int (e^{\omega t} + b)^{-1} dt + \int \delta \ dt$$

el problema es resolver el primer término del lado derecho de la ecuación:

$$\int (e^{\omega t} + b)^{-1} dt \qquad \text{(A.2)}$$

para lo cual se realiza la sustitución

$$z = (e^{\omega t} + b) \qquad \text{(A.3)}$$

$$d\,z = \omega \,.\, e^{\omega t} \ dt$$

en cuyo caso:

$$d\,t = \frac{1}{\omega} \,.\, e^{-\omega t} \ dz = \frac{1}{\omega} \,.\, \frac{1}{(z-b)} \, dz \qquad \text{(A.4)}$$

sustituyendo (A.3) y (A.4) en (A.2)

$$\int (e^{\omega t} + b)^{-1} dt = \frac{1}{\omega} \int \frac{1}{(z^2 - b\,z)} \, dz$$

la ecuación de segundo grado del denominador, tiene raíces reales y simples, de manera que se puede expresar como:

$$\frac{1}{(z^2 - b\,z)} = \frac{A}{z} + \frac{B}{(z-b)} = \frac{Az - bA + Bz}{(z^2 - bz)}$$

igualando los numeradores se obtiene:

$$A + B = 0$$
$$B = \frac{1}{b},\ A = -\frac{1}{b}$$

de manera que la integral a resolver es:

$$-\frac{1}{b}\int \frac{1}{z}\,dz + \frac{1}{b}\int \frac{1}{(z-b)}\,dz$$

siendo su solución:

$$-\frac{1}{b}\ln z + \frac{1}{b}\ln(z-b) + C$$

volviendo a sustituir por la variable original se obtiene la solución buscada:

$$\int f(t)\,dt = -\frac{a}{\omega\ b}\left[\omega\,t - \ln\,(e^{\omega\,t} + b)\right] + \delta\,t$$