Universidad Nacional de La Plata

Educación y Bienestar: Un Análisis desde la Perspectiva del Financiamiento Universitario

Juan M. Sánchez (UNLP)

Seminario de Economía
6 de septiembre de 2002

Evaluación de Alternativas de Financiamiento Universitario en un Modelo Dinámico*

Tesista: Juan M. Sánchez† Director: Emilio Espino‡

6 de septiembre de 2002

Abstract

En este trabajo se utiliza una extensión del modelo de Galor y Zeira (1993) para evaluar alternativas de financiamiento universitario.

Los sistemas alternativos que se avalúan son: *arancel total*, *impuestos a los graduados* e *impuestos uniformes* (el cual puede asociarse al esquema que actualmente se utiliza en Argentina).

La evaluación de las alternativas se realiza sobre el bienestar, el cual es considerado a partir de indicadores de pobreza, igualdad, equidad (justicia en la distribución) y de los niveles promedio de utilidad y riqueza. A su vez, se consideran las funciones de bienestar presentadas por Bentham, Rawls, Atkinson, Sen y Kakwani.

Los resultados más destacables se hallan a partir de la simulación de una economía bajo tres escenarios. Allí, se halló que el sistema de impuestos a los graduados es el mejor para el bienestar, mientras que el sistema de impuestos uniformes maximiza la cantidad de estudiantes.

JEL classification: H1, I2, E62, O15
Keywords: Capital Humano, Bienestar, Generaciones Superpuestas

*Este trabajo está siendo realizado como Tesis de la "Maestría en Economía" del Departamento de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata. **Aún es una versión preliminar, por favor no citar. Son bienvenidos los comentarios**.

†Dirección: Calle 56 N^{o}726, 9^{o}L, La Plata, Argentina. (Email: jsanchez@ec.gba.gov.ar).

‡Departamento de Economía, UNLP.

1 Introducción

En Argentina, tradicionalmente han existido obstáculos al estudio de la reforma del sistema de financiamiento de la educación superior, principalmente por la asociación inmediata de la Universidad Pública con "logros sociales". En efecto, se ha relacionado al actual esquema (de ingreso gratuito e irrestricto a la educación universitaria) con la justicia social y la igualdad de ingresos. Como ejemplo, es posible citar las propuestas en lo educativo del grupo político estudiantil más importante en el ámbito universitario: "mantener el compromiso ineludible del Estado en el sostenimiento de la Educación Pública en todos sus niveles y ratificar la gratuidad de la enseñanza en todos los niveles de la educación pública . . . ".[1]

No obstante, desde organismos internacionales de educación se brindan opniones que bregan por una reforma. Tal como es citado en Ennis y Porto (2001), J.C. Tedesco (Director del Instituto Internacional de Planificación de la Educación de la UNESCO) expresaba que "lo realmente dramático es que la Universidad, institución fundamental en los procesos de producción y distribución de conocimientos, no asuma el debate a cerca de la reforma necesaria para que los cambios se efectúen con la profundidad, el sentido y la rapidez que exige la situación del país ... La Universidad está en deuda con la sociedad respecto a este debate". En el mismo sentido, el sociólogo chileno J. J. Brunner sostuvo que "lo que deberíamos hacer es ir un poco más allá de los mitos y decir frontalmente que la Universidad gratuita genera inequidad. Si no lo hacemos, es muy difícil que podamos llegar a concebir una política más razonable para financiar nuestras instituciones de educación superior".[2]

De este debate han surgido distintas propuestas de política. Como se dijo, los grupos universitarios y los partidos políticos mayoritarios han apoyado sistemáticamente al sistema de Universidad pública (tal como ha funcionado tradicionalmente en Argentina). Por otro lado, las alternativas propuestas son establecer un arancel

[1] Documento de Discusión Política del Primer Encuentro de las Juventudes Políticas de la ALIANZA, Colegio Nacional de Buenos Aires, 19 de diciembre de 2000.

[2] Diario Clarín, febrero de 2002.

de modo que quienes concurran a la Universidad paguen sus costos, y establecer un sistema de impuestos a los graduados, que financie el costo de la educacióna a los estudiantes a través del Estado .

Si bien la defensa que realizan los seguidores de cada uno de los tres sistemas anteriores suele ser entusiasta, no existe una teoría o un modelo del cual ellas se desprendan. En particular, no hay un modelo que demuestre que continuar con la Universidad pública es deseable o que sea mejor establecer alguna de las alternativas. La relevancia de esta omisión se debe a dos motivos: porque los problemas que se han mencionado del sistema actual pueden no existir y porque sería muy deseable una explicación en forma de teoría o en un modelo de las ventajas de los sistemas alternativos.

Los modelos o la teoría que existe para investigar estos temas puede enmarcarse dentro de la literatura de inversión en capital humano, cuyo trabajo seminal es el de Becker (1964). Según Aghion y Howitt (1998) es posible separar en dos categorías o clases las estructuras básicas en las cuales estos modelos analizan la relación entre educación, distribución y crecimiento. El primero es el "enfoque de Lucas (1988)", en el cual el crecimiento se logra a partir de la acumulación de capital humano; el segundo es el "enfoque de Nelson y Phelps (1966)" donde el crecimiento es principalmente entendido a partir del stock de capital humano (este enfoque ha sido revivido por los shumpeterianos).

Dentro de esta clasificación, el presente trabajo pertenece "enfoque de Lucas". Por ello, la referencia obligada es Glomm y Ravikumar (1992) y Galor y Zeira (1993).

Glomm y Ravikumar (1992) presentan un modelo de generaciones superpuestas con agentes heterogéneos. Estos pueden diferir por ingresos y habilidades. En este contexto, la inversión en capital humano endógena (en un sistema de enseñanza formal) es el motor del crecimiento. Los principales resultados hallados son: (a) la desigualdad de ingresos, medida como la varianza de los mismos, declina más rápido bajo un sistema de educación pública; (b) la educación privada redunda en mayores ingresos per cápita salvo que la desigualdad inicial sea "suficientemente alta"; (c) las sociedades con la mayoría de los agentes con ingresos debajo de la media, optarán por el sistema de educación pública.

En Galor y Zeira (1993) se analiza, en un modelo de generaciones superpuestas donde los agentes se diferencian solo de acuerdo a su dotación de riqueza inicial, cómo la distribución de ingresos y de riqueza se relaciona con cuestiones macroeconómicas de largo plazo como el crecimiento y el ajuste entre sectores, a través de la incorporación de inversión en capital humano y altruismo intergeneracional. En general, dicho estudio demuestra que las distribuciones iniciales de riqueza e ingresos afectan el producto y la inversión en el corto y largo plazo.

Para Argentina, el único trabajo que ha comenzado a presentar y evaluar alternativas de política para las Universidades es Ennis y Porto (2001), el cual según su definición presenta una "posible" propuesta, asociada al establecimiento de cupos para el ingreso a la Universidad según un algoritmo computable.

La propuesta de este trabajo es simplemente presentar una versión del modelo de Galor y Zeira (1993) en la cual sea posible analizar los tres sistemas de financiamiento universitario mencionados anteriormente. Por supuesto, existe un conjunto de razones por las cuales quienes aprueban alguno de los sistemas estudiados pueden ser escépticos del modelo presentado aquí, y por lo tanto de sus implicancias. Como ocurre habitualmente en los modelos, existen ciertos rasgos de la realidad, y en este caso de los sistemas en particular, que no se reflejan en el modelo. Sin embargo, sería deseable que las críticas al estudio de una cuestión tan delicada como el financiamiento universitario sean realizadas sobre una estructura sólida, de modo de obtener una visión coherente del fenómeno bajo estudio.

En tal sentido, el presente trabajo pretende realizar la tarea que fuera realizada de modo ejemplar por Wallace (1996) en el análisis de la propuesta de banca estrecha (narrow banking) versus el sistema bancario tradicional, en el contexto del modelo de Diamond-Dybvig.

El orden del trabajo es el siguiente. En primer lugar se presenta un estudio empírico para Argentina (1994 y 1999), en el cual mediante un modelo de elección binaria se estudia la probabilidad de cursar una carrera universitaria. Sus resultados sirven como motivación adicional al resto de la investigación.

Luego, en la Sección 3, se presenta el modelo de generaciones superpuestas con agentes heterogéneos según habilidades - propensión al trabajo y herencia. Allí se describe en primer lugar la estructura de análisis y luego la dinámica, el equilibrio y el estado estacionario para el caso de arancel total .

Luego se hallan las soluciones para distintos sistemas de financiamiento de la educación superior (impuestos uniformes e impuestos a los graduado).

En la quinta sección se comparan las alternativas antes mencionadas. En primer lugar se comparan los resultados en el estado estacionario. Luego, se realiza un ejemplo numérico, donde se hallan resultados en términos igualdad, pobreza, equidad (entendida como justicia en la distribución),[3] niveles de utilidad y riqueza y bienestar (definido a partir de distintas funciones).

En la Sección 6 se presentan algunas cuestiones finales. En el Apéndice A se presentan todas las pruebas y en el Apéndice B los gráficos.

[3] Existe en la literatura un desacuerdo creciente con respecto a considerar la igualdad de ingresos como una concepción de equidad (Le Grand (1991), Benabou (2000) y Phelan (2002)). Igualdad es un concepto descriptivo, mientras que equidad es uno normativo, quizás más relacionado a la "justicia en la distribución de ingresos" o "justicia social". Tal como se menciona en Le Grand (1991), la igualdad de ingresos no implica ni es implicada por la equidad distributiva. Es injusto que ganen igual dos personas que se esfuerzan distinto y/o tienen una distinta performance, tanto como lo es que ganen distintos ingresos dos personas que realizan el mismo trabajo del mismo modo, con la misma eficiencia y en las mismas circunstancias. Dado que un concepto normativo, como equidad, debe ser definido con exactitud para que sea descriptivo, Benabou (2000) establece como "equidad" a la igualdad de oportunidades y como "igualdad" a la igualdad de resultados. El hallazgo más importante de este trabajo es que no existe un trade-off entre equidad y eficiencia, porque igualar oportunidades mejora también el crecimiento del producto. Sin embargo, este último resultado difiere en parte con lo hallado en Phelan (2002), donde se utiliza como un criterio de justicia la decisión desde detrás del velo de la ignorancia de Rawls (1971). El hallazgo más llamativo es que la justicia en tal sentido implica no solo desigualdad de resultados, sino que también eventualmente de oportunidades.

2 Motivación

Como motivación adicional a las opiniones vertidas a favor de la reforma del sistema de financiamiento de la educación superior, se realiza un estudio empírico, en el que se investigan los determinantes de la probabilidad de que un joven argentino concurra a la Universidad.

Para hacerlo se utilizaron dos ondas de la Encuesta Permanente de Hogares (EPH), una de 1994 y otra de 1999.[4] Para poder estudiar inequidades espaciales se incorporaron todos los aglomerados disponibles para los dos años (en total son 23 aglomerados urbanos).

Como puede observarse en el cuadro 1, la tasa de asistencia aumentó desde 1994 a 1999, las mujeres van proporcionalmente más que los varones, los hijos de familias con jefes universitarios y con mayores ingresos son los que más asisten y la región pampeana y del nordeste tienen mayor tasa, sobretodo, con respecto a la región patagónica.

Cuadro 1: Descripción de la muestra

	1994	**1999**		**1994**	**1999**
Total	19,1	24,2	**Según Sexo**		
Según Ingresos			Varones	17,9	22,9
Primer Cuartil	13,8	15,3	Mujeres	20,2	25,4
Segundo Cuartil	14,2	18,6	**Según Edad**		
Tercer Cuartil	18,8	23,8	De 18 a 20 años	15,5	22,3
Cuarto Cuartil	30,6	39,0	De 21 a 22 años	21,9	26,5
Según Zona			**Según Educación**		
Noroeste	14,6	22,4	Sin educación	11,6	15,9
Nordeste	28,7	24,6	Primaria	39,9	46,9
Cuyo	18,6	25,5	Secundaria	38,8	44,8
Pampeana	23,2	26,4	Terciaria	53,0	75,4
Patagónica	10,8	17,0	Universidad	67,1	82,5

Fuente: EPH

[4] Los individuos que viven en una ciudad con Universidad pero que se mudaron poco antes de comenzar los estudios fueron sacados de la encuesta para no sesgar los resultados (mediante las variables de migración y edad).

Estos resultados son una primera aproximación a los determinantes de la probabilidad de asistir a la Universidad. Para profundizar en la cuestión se realizaron regresiones de modelos probit. En dichas estimaciones se explica la probabilidad de asistir a la Universidad con el ingreso familiar (el ingreso total familiar menos el ingreso del individuo), la edad (la muestra fue restringida a individuos entre 18 y 22 años de edad), una dummy que toma valor uno si es varón, cuatro dummies que cubren la cinco posibilidades para el máximo estudio del jefe de la familia (el caso omitido es cuando el jefe de familia no tiene ningún estudio, entonces, la interpretación es como cambia la probabilidad con respecto a ese caso) y dos dummies que cubren tres alternativas con respecto a la localización de una universidad (la omitida en este caso es localidad sin Universidad).

Los resultados muestran que la probabilidad de concurrir a la Universidad es menor cuando el agente es varón, de una región sin Universidad, de una familia con jefe de familia con pocos estudios o bajos ingresos.

Cuadro 2: Modelo Probit

Variables	**1994**	**1999**
Ln de Y de la familia	0,153	0,235
Edad	0,114	0,051
Varón	-0,092*	-0,070**
Jefe Universitario	1,329	1,739
Jefe Terciario	1,152	1,149
Jefe Secundario	1,122	1,176
Jefe Primaria	0,315	0,381
Localidad con Universidad chica	0,120*	0,061***
Localidad con Universidad grande	0,326	0,190
Constante	-4,907	-3,955
Observaciones	5.872	5.488
LRchi^2*(9)*	812	937
Prob>chi^2	0,000	0,000
PseudoR^2	0,144	0,154
Log likelihood	-24,203	-25,705

Nota: ( ) significativa al 1%, (*) al 5%, (**) al 10%, (***) no es significativa a los valores anteriores.

Este estudio preliminar está de acuerdo con las opiniones contrarias al actual sistema de Universidad Pública. Sus resultados muestran que pueden existir ciertas inequidades en el sistema actual. En particular, mayor ingreso de la familia genera mayor probabilidad de concurrir a la Universidad. En una primera aproximación, este resultado puede ser relacionado con restricciones en el sistema financiero. Precisamente éstas serán un rasgo fundamental del modelo presentado a continuación.

3 Modelo

El análisis de la decisión de invertir en capital humano es de fundamental importancia debido a su influencia, principalmente, sobre el bienestar de la población. Con la intención de cubrir este punto, en esta sección se presenta un modelo con el cual será posible evaluar las implicancias sobre el bienestar de sistemas alternativos de financiamiento de la inversión en capital humano.

El modelo presentado aquí usa una estructura analítica similar a la de Galor y Zeira (1993), quienes presentan un modelo con dos tipos de agentes para estudiar crecimiento y desigualdad. En este trabajo se estudian diferentes temas que en el de Galor y Zeira (1993), en el cual no hay heterogeneidad según habilidad-propensión al esfuerzo, un rasgo que es central en el análisis que se desarrolla a continuación.

Aunque este modelo es usado aquí para analizar alternativas para financiar la educación superior, es suficientemente general como para usarlo en otros contextos. Por ejemplo, la decisión de invertir podría ser interpretada como una inversión para participar en el sector formal de la economía.

Sin embargo, este modelo tiene ciertas particularidades que permiten asociarlo a un contexto en el cual se estudian alternativas de educación superior. Al contrario de Caucutt y Kumar (2000) quines estudian esquemas de subsidios para la educación universitaria de Estados Unidos, en el presente modelo la decisión de invertir la toman los agentes que concurrirán a la Universidad y no sus padres. Nótese que ello seguramente es cierto con mayor probabilidad en el caso de educación universitaria. Además, la indivisividad entre estudiar o no estudiar puede asociase a la diferencia entre profesionales y no profesionales (difícilmente ello ocurra para otros niveles de educación).

3.1 Estructura

La economía está poblada por un continuo de agentes. Cada generación vive dos períodos y su tamaño está normalizado a 1. Cada uno de los agentes tiene un hijo, por lo cual el tamaño de la población es constante. Los agentes nacidos en t conviven en $t+1$ con sus hijos (que nacen al inicio de ese período), por lo cual se dice que en el modelo existen *generaciones superpuestas.*

La utilización de generaciones superpuestas es muy útil porque permite hacer un análisis de cohortes (Browning, Hansen and Heckman (1999)). Tal como se hará en este caso, el análisis se centra en la evolución de las distribuciones de riqueza y utilidad de las generaciones. A su vez, el estudio de dos generaciones superpuestas es una abstracción para estudiar con detenimiento esos grupos, pero para interpretar la realidad, podría reinterpretarse como que existen muchos grupos en los cuales ocurre lo mismo.

Existe un único bien de consumo que puede ser producido con dos tecnologías alternativas. Hay competencia perfecta en el mercado de bienes y factores.

La primer tecnología utiliza trabajo solo de personas no educadas (*trabajo no calificado*). La producción con esta tecnología en el período t es Y_t^{nc}. En equilibrio w_{nc} es el salario de los trabajadores no calificados, el cual se supone constante.

La otra tecnología utiliza sólo trabajo de personas educadas (*trabajo calificado*). La producción con esta tecnología en el período t es Y_t^c. En equilibrio, w_c es el salario de los trabajadores calificados. Sin embargo, los trabajadores calificados se diferencian por la variable β_i, de modo que el trabajador calificado i obtiene $\beta_i w_c$.

β_i es una variable que difiere entre los agentes pero que se mantiene dentro de cada generación (de padre a hijo y así sucesivamente) y que representa las habilidades y/o la propensión al esfuerzo del agente. Esta es un reflejo de su rendimiento en el trabajo y por eso se considera que puede estar formada por habilidades innatas como por propensión al esfuerzo (tanto un agente que está dispuesto a trabajar concentrado todas la horas del día como uno muy inteligente tendrían un valor alto de esta variable). El agente i conoce el valor de β desde su nacimiento, por lo que la considera al momento de decidir si invierte en capital humano.[5]

Se supondrá que β_i toma valores en el intervalo $[\beta_{\min}, \beta_{\max}]$, de acuerdo a la distribución $L(\beta)$ que se determina en el período 0, con una función de densidad $l(\beta)$, tal que

$$\int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} l(\beta) d\beta = 1$$

Así, un agente nacido en el período t tiene dos opciones: (a) Trabajar ambos período como trabajador no calificado (en t y $t+1$) y (b) Invertir en capital humano (educarse) cuando es joven (en t) y trabajar como calificado cuando es viejo (en $t+1$).[6]

Los miembros de una misma dinastía están relacionados por herencias, ya que los agentes derivan utilidad de dejar herencias a sus hijos. Como menciona Mulligan (1997) los padres decidirán cómo dividir sus recursos entre ellos mismos y sus hijos. Ya que ellos se verán influenciados por el éxito económico de sus hijos, quieren dejarle recursos que contribuyan con tal objetivo. Sin embargo, no dejan todos sus recursos a sus hijos porque el deseo de que estos progresen es balanceado con el deseo de gastar en ellos mismos.

Así, las preferencias de un agente nacido en el período t están representadas por

$$u_{ti}(c_{t+1i}, b_{ti}) = \alpha \ln c_{t+1i} + (1 - \alpha) \ln b_{ti}$$

Donde c_{t+1} es el consumo cuando es anciano en $t+1$ (no valora el consumo cuando es joven) y b_t es la herencia que le deja a su hijo que nacerá al comienzo de $t+1$ (durante $t+1$ convive con su hijo).

Los agentes están dotados con 1 unidad de tiempo en cada período[7] y con la

[5]Nótese que como es definido β, no existe incertidumbre sobre el rendimiento de la eduación. En Rillaers y Durán (2002) la decisión de inversión en capital humano se toma bajo incertidumbre sobre su rendimiento.

[6]Notar que la inversión en capital humano es indivisible.

[7]Dado que aquí no se considera desutilidad del trabajo o utilidad del ocio, los agentes definitivamente destinarán la dotación de tiempo a estudiar o trabajar. El ocio es incorporado, por ejemplo, en Glomm y Ravikumar (1992).

riqueza que heredan de sus padres. Es decir, si x_t es la riqueza inicial de un agente nacido en t, entonces $x_t = b_{t\text{ - }1}$ donde $b_{t\text{ - }1}$ es la herencia que le dejó su padre. La variable x_t, la cual llamaremos riqueza, tendrá una distribución en t que se llamará F_t con una función de densidad f_t (notar que f_0 es la función de densidad inicial de riqueza para la generación 0, la cual se supone que es continua). De este modo, se tendrá que

$$\int_0^{\infty} f_t(x)dx = 1 \ \text{ para todo t}$$

En el mismo sentido debe notarse que los agentes nacidos en el período t, conviven con sus padres que nacieron en $t-1$. De este modo la población en el período t será,

$$\int_0^{\infty} f_{t-1}(x)dx + \int_0^{\infty} f_t(x)dx = 2$$

A partir de la función de distribución de la riqueza $(F(x))$ y de la habilidad-propensión al esfuerzo $(L(\beta))$, las cuales son independientes en el período 0, se forma una función de distribución conjunta sobre (x, β), a la cual se llamará $M(x, \beta)$.

Se supondrá que los agentes pueden colocar cualquier cantidad a la tasa internacional r. Sin embargo, por razones relacionadas a imperfecciones en el mercado internacional de crédito, si desean endeudarse deberán pagar la tasa de interés $i > r$. Esto es debido al monitoreo de inversiones en activos intangibles.[8] Este supuesto no es demasiado fuerte ya que, como destacan Ennis y Porto (2001), en general el mercado de créditos para estudiantes es virtualmente inexistente.

Los agentes maximizan su utilidad. Suponiendo que y_t es el ingreso al final del período $t+1$ de un agente nacido en t, este podrá decidir su consumo y su herencia óptima. Para esto hay que plantear el problema del agente

$$\underset{c_{t+1}, b_t}{Max} \ \alpha \ln c_{t+1i} + (1 \text{ - } \alpha) \ln b_{ti} \ \text{ sujeto a } \ \ y_t = c_{t+1} + b_t$$

De allí, a partir del Lagrangeano y las CPO, es posible operar para obtener,

$$c_{t+1} = \alpha y_t$$

[8]Esta característica del mercado financiero es igual Galor y Zeira (1993).

$$b_t = (1 - \alpha)y_t$$

La homoteticidad de la relación consumo-herencia con respecto al ingreso es discutida por Mulligan (1997), quien presenta un modelo en el cual "endogeiniza el altruismo". Consecuentemente en su análisis, la proporción de riqueza que los padres dejan a sus hijos no es independiente del nivel de ingresos.

La inversión en capital humano cuando los agentes son jóvenes cuesta h, que comprende tanto los gastos directos (como el arancel) como los indirectos (vgr. gastos de residencia, libros, etc.)[9]. Tal como en Galor y Zeira (1993), para que el sistema converja a un estado estacionario desde cualquier distribución inicial, será necesario suponer que el ingreso mínimo que puede ganar un trabajador calificado es mayor que el puede obtener trabajando los dos períodos como no calificado y colocando h a la tasa de interés r.[10]

Supuesto 1: $\beta_{\min} w_c \geq w_{nc}(2 + r) + h(1 + r)$.

En el mismo sentido, se supone que la tasa de interés activa es "suficientemente mayor" a la tasa pasiva.

Supuesto 2: $(1 - \alpha)(1 + i) > 1 > (1 - \alpha)(1 + r)$

3.2 Equilibrio

En el equilibrio de cada período existirán tres tipos de agentes, según su decisión de invertir en capital humano y la posibilidad de financiar dicha inversión con recursos propios. A continuación se definen de acuerdo a su utilidad y su herencia.

[9] Dado que en la literatura sobre financiamiento universitario se ha planteado la necesidad de que "el conocimiento sea público", el presente trabajo para no introducirse en esa discusión, presenta las alternativas que se plantean sobre cómo financiar el capital humano y no hace referencia a más o menos intervención del sector público y privado.

[10] Nótese que de acuerdo a este supuesto, si el mercado de capitales fuese perfecto, no habría restricciones a estudiar ocasionadas por la riqueza inicial y hasta el agente con $\beta_{\min}$ elegiría estudiar.

Definición 1 *Aquellos que no invertirán en capital humano (no calificados) y trabajarán como no calificados ambos períodos. Para los cuales su nivel de utilidad será U^{nc} y la herencia que dejan b^{nc}. En este caso su nivel de utilidad será (simplificándolo mediante las propiedades del logaritmo)*

$$U^{nc} = \ln\left[(x + w_{nc})(1 + r) + w_{nc}\right] + \varepsilon$$

Donde $\varepsilon = \alpha \ln \alpha + (1 - \alpha)\ln(1 - \alpha)$.A su vez es posible encontrar la herencia que dejan a sus hijos,

$$b^{nc} = (1 - \alpha)\left[(x + w_{nc})(1 + r) + w_{nc}\right]$$

Definición 2 *Aquellos con $x_t \geq h$ que invertirán en capital humano y prestarán. Para los cuales su nivel de utilidad será U^c y la herencia que dejan b^c. En este caso su nivel de utilidad será (simplificándolo mediante las propiedades del logaritmo)*

$$U^c = \ln\left[w_c\beta + (x - h)(1 + r)\right] + \varepsilon$$

Aquí también es posible encontrar la herencia que dejan a sus hijos,

$$b^c = (1 - \alpha)\left[w_c\beta + (x - h)(1 + r)\right]$$

Definición 3 *Aquellos que, aunque teniendo $x < h$, invertirán en capital humano pidiendo lo que les falta a la tasa de interés i. Para los cuales su nivel de utilidad será U^{cc} y la herencia que dejan b^{cc}. En este caso su nivel de utilidad será (simplificándolo mediante las propiedades del logaritmo)*

$$U^{cc} = \ln\left[w_c\beta + (x - h)(1 + i)\right] + \varepsilon$$

Por supuesto, también es posible encontrar la herencia que dejan a sus hijos,

$$b^{cc} = (1 - \alpha)\left[w_c\beta + (x - h)(1 + i)\right]$$

En cada período, la decisión de invertir o no en capital humano se tomará considerando en forma conjunta la riqueza inicial (x) y la habilidad-propensión al esfuerzo

(β). Quienes tengan mayor riqueza son más proclives a estudiar ya que no necesitan pedir prestado y dicha inversión es rentable por el supuesto 1. A su vez, los más habilidosos-trabajadores requerirán un menor nivel de riqueza inicial ya que sus retornos futuros son mayores.

Así, se podrá hallar un valor de x en función de β a partir del cual los agentes deciden invertir en capital humano, haciendo $U^{nc} = U^{cc}$.

Proposición 1 *Existe para cada dinastía un q en función de β,*

$$q(\beta) = \frac{[w_{nc}(2+r) + (1+i)\,h \text{ - } w_c\beta]}{i \text{ - } r}$$

tal que sus miembros invertirán en educación sí y sólo sí su riqueza inicial recibida como herencia es mayor.

Una vez que se conoce $q(\beta)$ es posible computar la cantidad de agentes que deciden estudiar y los que no. Para ello, se define previamente a la función de densidad condicional a β como $m(x \parallel \beta)$ y a la función de distribución conjunta condicionada a los valores de β como $M(x \parallel \beta)$.

Los calificados de la generación nacida en t serán quienes tengan x mayor a $q(\beta)$ para todos los posibles valores de β,

$$P_t = \int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} \int_{q_t(\beta)}^{\infty} m_t\,(x \parallel \beta) dx d\beta$$

$$= \int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} [1 \text{ - } M_t(q_t(\beta) \parallel \beta)]\, d\beta$$

El complemento (1 - P_t) serán quienes no se califiquen.

3.3 Dinámica

Una vez que se conoce la estructura del modelo y el equilibrio en cada período, es posible hallar cómo será la dinámica de las riquezas individuales. En tal sentido, se verá que los tres tipos de agentes tienen distintas dinámicas, del siguiente modo,

$$x_{t+1}\begin{cases} b^{nc}(x_t) = (1 - \alpha)\left[(x_t + w_{nc})(1+r) + w_{nc}\right] & \text{si } x_t < q(\beta) \\ b^{cc}(x_t) = (1 - \alpha)\left[w_c\beta + (x_t - h)(1+i)\right] & \text{si } q(\beta) \leq x_t < h \\ b^{c}(x_t) = (1 - \alpha)\left[w_c\beta + (x_t - h)(1+r)\right] & \text{si } h \leq x_t \end{cases}$$

Nótese que b^{nc} y b^c tienen igual pendiente (en función de x) y que a su vez de acuerdo al supuesto 2, ésta es menor que la de b^{cc}. Estas cuestiones quedan más claras al observar la Figura 1.

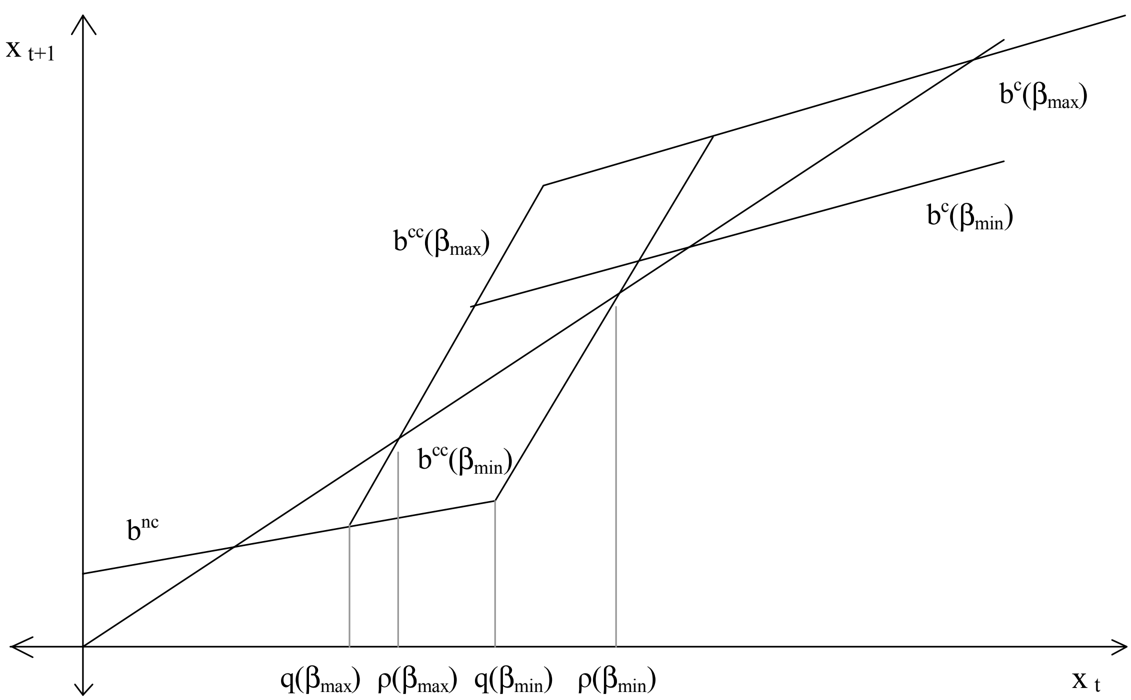

Figure 1: Valores Divisorios de Riqueza

En la anterior figura se observan los dos valores límites que puede tomar q de acuerdo a los valores de β. Se observa que si β es mayor, menor será el nivel de riqueza inicial que deben tener los agentes para decidir estudiar, ya que les rendirá más. En tal sentido, se observa que se incrementa la probabilidad de invertir en capital humano cuando aumentan los ingresos del padre (de los que la herencia es una porción) como también cuando mayor es la habilidad - propensión al trabajo.

3.4 Estado Estacionario

Para encontrar el estado estacionario, en primera instancia, es posible hallar el valor de riqueza inicial para el cual las generaciones futuras permanecen como capacitados. De acuerdo a este valor se podrá conocer la distribución límite de riqueza e ingresos a partir de las distribuciones iniciales de x y β. Tal como surge de la Figura 1, para encontrar dicho valor es necesario hacer $x_{t+1} = x_t$ en $b^{cc}(x_t)$.

Proposición 2 *Existe un punto ρ para cada agente*

$$\rho(\beta) = \frac{(1 - \alpha)\left[h(1+i) - w_c\beta\right]}{(1 - \alpha)(1+i) - 1}$$

tal que si en algún período t, $x_t < \rho$ $(x_t > \rho_i)$ para el miembro de alguna disnastía, entonces en el límite las generaciones futuras de esta dinastía serán no calificadas (calificadas).

Además de un valor de riqueza inicial (en función de β) que permite identificar que proporción de agentes se califican, es posible hallar los niveles de estado estacionario.

De acuerdo a los supuestos, existirá un valor de riqueza inicial de estado estacionario igual para todos los trabajadores no calificados. Tal como se observa en la Figura 2, este surge de hacer $x_{t+1} = x_t$ en $b^{nc}(x_t)$.

Proposición 3 *El nivel de riqueza (x) de estado estacionario para aquellos agentes con $x_0 < \rho$ será:*

$$x_{ee}^{nc} = \frac{(1 - \alpha)w_{nc}(2+r)}{1 - (1 - \alpha)(1+r)}$$

Análogamente, es posible hallar el valor de riqueza inicial de estado estacionario para los trabajadores calificados. Sin embargo, en este caso no será un único valor ya que diferirá según el valor de β de cada dinastía.

Proposición 4 *Los niveles de riqueza (x) de estado estacionario para aquellos agentes con $x_0 > \rho$ serán:*

$$x_{ee}^{c,a}(\beta) = \frac{(1 - \alpha)\left[w_c\beta - h(1+r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1+r)}$$

De acuerdo a las dos proposiciones anteriores y a la Figura 2, será posible hallar la distribución de la riqueza en el estado estacionario (ee). Para ello, debe observarse que que una proporción de los agentes (específicamente los que tengan $x_0 < \rho(\beta)$) serán pobres no calificados con un nivel de riqueza x_{ee}^{nc}, mientras que el resto de la población (quienes hayan tenido $x_0 > \rho(\beta)$) tendrá ingresos en algún valor (dependiendo de su β) dentro del intervalo $[x_{ee}^{c}(\beta_{\min}), x_{ee}^{c}(\beta_{\max})]$.[11]

Así, la función de densidad de distribución de estado estacionario puede escribirse solo en función de parámetros. En primer lugar, en $x_{ee} = x_{ee}^{nc}$ se hallan todos los agentes que en la distribución inicial de riqueza (F_0) tienen ingresos menores a su valor de $\rho(\beta)$. Luego, habrá agente en el intervalo $[x_{ee}^{c}(\beta_{\min}), x_{ee}^{c}(\beta_{\max})]$, de acuerdo a la cantidad de agentes con cada valor de β

$$f_{ee}(x) = \begin{cases} F_0(\rho(\widetilde{\beta})) & \text{si} \qquad x_{ee} = x_{ee}^{nc} \\ \left[1 - F_0(\rho(\beta(x))\right] l(\beta(x)) & \text{si} \qquad x_{ee}^{c}(\beta_{\min}) \leq x_{ee} \leq x_{ee}^{c}(\beta_{\max}) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Donde para establecer cuántos agentes se hallan en cada valor de x, se utiliza la función inversa de $x_{ee}^{c}(\beta)$, a saber $\beta(x))$. A su vez, para ver cuántos agentes se concentran en $x_{ee} = x_{ee}^{nc}$ se utiliza $\widetilde{\beta}$, que es igual a la media de β,

$$\widetilde{\beta} = \int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} l(\beta)\beta d\beta$$

[11] Nótese que de acuerdo al supuesto 1 se verifica que $x_{ee}^{nc} < x_{ee}^{c}(\beta_{\min})$.

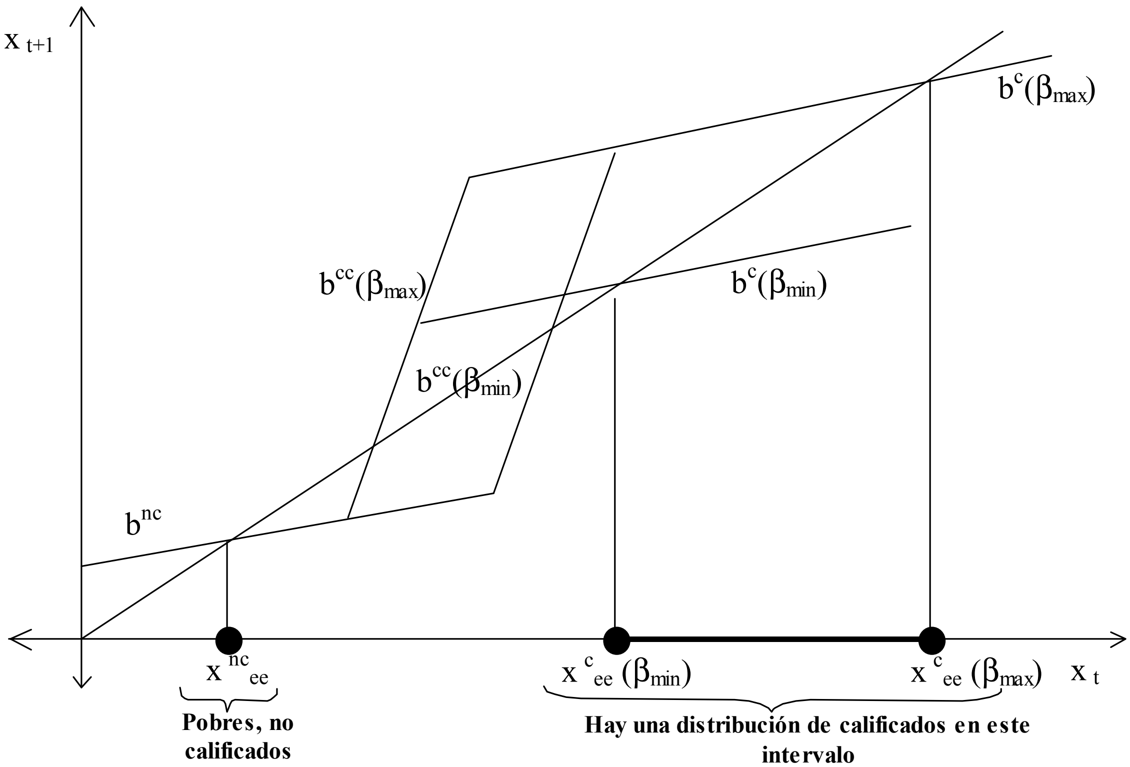

Figure 2: Distribución límite de las riquezas

Con esta información y definiendo distribuciones en particular, es posible computar la distribución final en función sólo de parámetros. A modo de ejemplo, si se supone que $\beta \sim U\left[\beta_{\min}, \beta_{\max}\right]$ y $x \sim U\left[0, \overline{x}\right]$ y que ambas distribuciones son independientes en $t = 0$, es posible escribir

$$f_{ee}(x) = \begin{cases} \frac{(1 - \alpha)[h(1+i) - w_c 0.5(\beta_{\max} - \beta_{\min})]}{[(1 - \alpha)(1+i) - 1]\overline{x}} & \text{si} \quad x_{ee} = x_{ee}^{nc} \\ \left[\frac{[(1 - \alpha)(1+i) - 1]\overline{x} - (1 - \alpha)[h(1+i) - w_c 0.5(\beta_{\max} - \beta_{\min})]}{[(1 - \alpha)(1+i) - 1](\beta_{\max} - \beta_{\min})}\right] & \text{si} \quad x_{ee}^{c}(\beta_{\min}) \leq x_{ee} \leq x_{ee}^{c}(\beta_{\max}) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

4 Soluciones alternativas

Una vez que se ha planteado la estructura y solucionado el caso básico (de ahora en adelante llamado arancel total), es posible hallar las soluciones del modelo en distintos esquemas de financiamiento de la inversión en capital humano.

Los distintos esquemas que se analizan en esta sección coinciden en que se otorga un subsidio (s) que se financia con deuda que toma el gobierno a la tasa i_g y que luego paga cobrando impuestos a los adultos. En estos casos, se asume que el subsidio no es total[12], por lo cual se plantea que el costo que enfrentan los agentes al momento de decidir estudiar es (1 - s)h.

El gobierno fija la la alícuota impositiva (τ) sobre la base imponible (I_t) de modo de cumplir las siguientes restricciones presupuestarias:

$$hsP_t = \frac{B_{t+1}}{1+i_g}$$

$$B_t = \tau_t I_t$$

Donde B_t es la deuda tomada en $t-1$ a la tasa i_g, para pagarla en t y P_t la proporción de agentes que decide calificarse durante t. Así, se puede escribir

$$\tau_t = \frac{(1+i_g)hsP_{t\text{-}1}}{I_t}$$

Dado que tanto en el caso de impuestos a los graduados como en el que se grava a toda la población, la base imponible (I_t) depende de cuántos y cuáles agentes estudian, y que para responder esas dos preguntas es necesario conocer la alícuota (τ_t), se debe definir cuidadosamente el τ_t de equilibrio.

Definición 4 *τ_t de equilibrio es aquel τ_t^* para el cual si los agentes toman como dado τ_t^* y deciden en consecuencia (determinan I_t), se verifica que si el gobierno aplica τ_t^* se cumplen las restricciones presupuestarias.*

En los distintos casos que siguen a continuación, se plantean distintas alternativas sobre I_t y posteriormente se hallan las soluciones.

[12] Si $s = 1$, el subsidio es total y de acuerdo al supuesto 1 todos los agentes elegirán estudiar.

4.1 Impuestos uniformes

Una alternativa de financiamiento de la educación superior es obtener recursos de aplicar una alícuota uniforme sobre los ingresos de toda la generación adulta. Tal sistema de recaudación de fondos puede ser una simplificación de un sistema como el argentino, donde los fondos provienen de un sistema impositivo relativamente uniforme por niveles de ingreso.[13]

Dado que se cobran impuestos con alícuotas uniformes (τ) a todos los adultos, las restricciones presupuestarias del gobierno en el período t serán:

$$B_t = \tau_t \left[w_c \widehat{\beta}_{t-1} P_{t\text{-}1} + w_{nc}(1 \text{ - } P_{t\text{-}1}) \right]$$

$$hsP_t = \frac{B_{t+1}}{1+i_g}$$

Donde $\widehat{\beta}_t$ *es el valor de la media de* β *de quienes se califican en el período* t*.* A partir de allí, se puede plantear que la alícuota impositiva dependerá de la cantidad de estudiantes de la siguiente forma,

$$\tau_t^u = \frac{(1+i_g)hsP_{t-1}}{\left[w_c \widehat{\beta}_{t-1} P_{t\text{-}1} + w_{nc}(1 \text{ - } P_{t\text{-}1}) \right]}$$

En este caso se puede verificar que se modifican los valores de q_t.

Proposición 5 *En un sistema de subsidio parcial e impuestos uniformes, se verifica que*

$$q_t^u(\beta) = \frac{w_{nc}(2+r \text{ - } \tau_t^u) + h(1 \text{ - } s)(1+i) \text{ - } w_c\beta(1 \text{ - } \tau_t^u)}{i \text{ - } r}$$

A su vez, es posible caracterizar el estado estacionario bajo esta alternativa, a partir de los valores de ρ^u y x_{ee}.

[13] Gasparini (1998) muestra que el sistema impositivo argentino es relativamente uniforme con respecto a los ingresos corrientes.

Proposición 6 *En un sistema de subsidio parcial e impuestos uniformes, los valores que caracterizan el estado estacionario serán*

$$\rho^u(\beta) = \frac{(1 - \alpha)\left[h(1 - s)(1 + i) - w_c\beta(1 - \tau^u)\right]}{(1 + i)(1 - \alpha) - 1}$$

$$x_{ee}^{nc,u} = \frac{(1 - \alpha)(2 + r - \tau^u)w_{nc}}{1 - (1 - \alpha)(1 + r)}$$

$$x_{ee}^{c,u}(\beta) = \frac{(1 - \alpha)\left[w_c\beta(1 - \tau^u) - h(1 - s)(1 + r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1 + r)}$$

4.2 Impuesto al graduado

Alternativamente al sistema anterior, es posible plantear uno donde quienes pagan los impuestos para financiar a las Universidades son los mismos que concurren a ella. En este caso, se puede plantear:

$$B_t = \tau_t w_c \widehat{\beta}_{t-1}^g P_{t\text{-}1}$$

$$hsP_t = \frac{B_{t+1}}{1 + i_g}$$

Donde $\widehat{\beta}_t^g$ es el valor de la media de β de quienes se califican en el período t en este sistema. De allí es posible obtener

$$\tau_t^g = \frac{(1 + i_g)hs}{w_c\widehat{\beta}_{t-1}^g}$$

En este caso, también es posible hallar cómo se modifican los valores de q_t

Proposición 7 *En un sistema de subsidio parcial e impuestos al graduado, se verifica que*

$$q_t^g(\beta) = \frac{w_{nc}(2 + r) + h(1 - s)(1 + i) - w_c\beta(1 - \tau_t^g)}{i - r}$$

Ahora bien, para tenerminar de caracterizar la solución de este esquema, resta calcular los valores de ρ^u y x_{ee}.

Proposición 8 *En un sistema de subsidio parcial e impuestos a los graduados, los valores que caracterizan el estado estacionario serán*

$$\rho^g(\beta) = \frac{(1 - \alpha)\left[h(1 - s)(1+i) - w_c\beta(1 - \tau^g)\right]}{(1+i)(1 - \alpha) - 1}$$

$$x_{ee}^{nc,u} = \frac{(1 - \alpha)(2+r)w_{nc}}{1 - (1 - \alpha)(1+r)}$$

$$x_{ee}^{c,u}(\beta) = \frac{(1 - \alpha)\left[w_c\beta(1 - \tau^g) - h(1 - s)(1+r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1+r)}$$

5 Evaluación de las alternativas

Las alternativas de financiamiento de capital humano que fueron presentadas en las secciones anteriores serán comparadas en esta sección. Dicha comparación se hará principalmente de dos modos. En primera instancia, se comparan ciertas variables endógenas en el estado estacionario, las cuales permiten caracterizar la solución. Luego, se halla la solución del modelo para cada período según un conjunto de parámetros que se determinan previamente. En este último ejercicio, se obtiene la distribución de la riqueza de cada generación, por lo cual las alternativas podrán ser comparadas de acuerdo a varios indicadores de bienestar.

5.1 En el estado estacionario

La comparación de las alternativas de financiamiento de la inversión en capital humano en el estado estacionario no permite, en la mayoría de los casos, obtener resultados definitivos. Sin embargo, es de mucha utilidad conocer de qué depende que una alternativa sea mejor que la otra.

Las propiedades de las variables endógenas $[\rho, x^c, x^{nc}]$ permiten caracterizar la distribución de riqueza de estado estacionario. A continuación se realiza la comparación de estos tres valores para las alternativas presentadas.

5.1.1 Comparación de las alternativas según ρ

La comparación de los distintos valores de ρ se realiza considerando como dado un valor de β, el cual se supondrá, en la mayoría de los casos por simplicidad igual a *la media de los agentes que deciden estudiar bajo el sistema de impuestos uniformes* $(\widehat{\beta})$.[14]

Es útil recordar que este valor nos permitirá intuir qué cantidad (o proporción) de los agentes decide no estudiar. La proporción de agentes que en el estado estacionario decide no estudiar es igual a

$$P_{ee} = \int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} F_0(\rho(\beta))l(\beta)d\beta$$

Por ello, dadas $F_0(x)$ y $l(\beta)$, si $\rho'(\beta) > \rho(\beta)$ para todo β, se verifica que $P_{ee}(\rho'(\beta)) > P_{ee}(\rho(\beta))$.

En tal sentido, se observa en primer lugar que "la proporción que decide estudiar" será mayor en el sistema de impuestos uniformes $(\rho^a(\widehat{\beta}) > \rho^u(\widehat{\beta}))$ cuando $i \geq i_g$. Además, esto se seguirá cumpliendo aún cuando $i_g > i$ si la diferencia entre ambas tasas no es "demasiado grande". Este resultado es intuitivo, ya que la diferencia entre i_g e i es la cual existe entre la tasa a la cual se financian los individuos que están cerca del límite entre estudiar y no estudiar. A su vez, que aún estudien más en el sistema de impuestos uniformes cuando i_g es un poco mayor a i también es intuitivo, ya que en este sistema parte del costo de estudiar lo financian quienes no estudian (nótese que mayor sea el ingreso de los que no estudian mayor puede ser la diferencia entre i_g e i).

[14] Nótese que todo lo demás constante, si ρ bajo un sistema (por ejemplo ρ') es mayor a ρ bajo otro sistema (por ejemplo ρ'') dado un valor de β (por ejemplo β^*)

$$\rho'(\beta^*) > \rho''(\beta^*)$$

entonces se verifica que

$$\rho'(\beta) > \rho''(\beta) \text{ para todo } \beta$$

Proposición 9 *Si se verifica que* $(1+i) > (1+i_g)A$ *, entonces* $\rho^a(\widehat{\beta}_{ee}) > \rho^u(\widehat{\beta}_{ee})$*. Donde* $A = \frac{w_c \widehat{\beta}_{ee} P^u_{ee}}{w_{nc}(1 - P^u_{ee}) + w_c \widehat{\beta} P^u_{ee}}$ *es la proporción del costo de la educación que pagan los graduados en el sistema de impuestos uniformes.*

Como resultado de la comparación de "la proporción que decide estudiar" entre los sistemas con impuestos al graduado y con impuestos uniformes, se halla que para los valores habituales de los parámetros será mayor bajo el sistema de impuestos uniformes. Tal resultado es muy intuitivo, ya que aquí el costo del endeudamiento es el mismo (i_g), por lo tanto el hecho de que quienes no estudien paguen en el sistema de impuestos uniformes una parte del costo de la educación, reduce su costo. No obstante, existe la posibilidad de que la media de β en el sistema con impuestos a los graduados sea mayor, entonces la alícuota podría ser menor y eso incentivar el estudio.

Proposición 10 *Si se verifica que* $w_{nc}(1 - P^u_{ee}) > P^u_{ee} w_c(\widehat{\beta}^g_{ee} - \widehat{\beta}_{ee})$ *, entonces* $\rho^g(\widehat{\beta}_{ee}) > \rho^u(\widehat{\beta}_{ee})$*.*

Finalmente, se encuentra que "la proporción que decide estudiar" será mayor en el sistema de impuestos a los graduados en comparación con el de aranceles, siempre que $i > i_g$, algo que resulta lógico cuando se considera que esa es la tasa a la que se endeudan aquellos que están cerca del límite en la decisión si estudiar o no.[15]

Proposición 11 *Si se verifica que* $i > i_g$*, es posible demostrar que* $\rho^a(\widehat{\beta}^g_{ee}) > \rho^g(\widehat{\beta}^g_{ee})$*.*

[15] Aquí por simplicidad se realiza la comparación para β dado en el nivel de la media de quienes estudian en el sistema de impuestos a los graduados.

5.1.2 Comparación de las alternativas según x_{ee}^{nc}

En cuanto al nivel de riqueza de aquellos que deciden no estudiar, la comparación será más sencilla. La razón es que es posible hacer la comparación independientemente de los valores que tomen los parámetros.

El valor de riqueza de aquellos que deciden no estudiar será igual en los casos de arancel e impuestos a los graduados y menor en el caso de impuestos uniformes. La explicación es muy sencilla: es el último en el único sistema en el cual deben pagar impuestos.

Proposición 12 *Es posible demostrar que* $x_{ee}^{nc,g} = x_{ee}^{nc,a} > x_{ee}^{nc,u}$.

5.1.3 Comparación de las alternativas según x_{ee}^{c}

El nivel de riqueza de los calificados diferirá entre los distintos sistema de acuerdo al valor de algunos parámetros. La comparación de los distintos valores de x_{ee}^{c} se realiza considerando como dado un valor de β, el cual se supondrá, en la mayoría de los casos por simplicidad igual a *la media de los agentes que deciden estudiar bajo el sistema de impuestos uniformes* $(\widehat{\beta})$.[16]

En primer lugar, se observa que el nivel de riqueza de los calificados en el estado estacionario será mayor en el esquema de impuestos uniformes que en el de impuestos a los graduados, siempre que existan no calificados (quienes pagarán una parte del costo de educarse bajo el sistema de impuestos uniformes). No obstante, existe la posibilidad de que la media de β en el sistema de impuestos a los graduados sea

[16] Nótese que si x_{ee}^{c} bajo un sistema (por ejemplo $x_{ee}^{c,A}$) es mayor a x_{ee}^{c} bajo otro sistema (por ejemplo $x_{ee}^{c,B}$) dado un valor de β (por ejemplo β^*)

$$x_{ee}^{c,A}(\beta^*) > x_{ee}^{c,B}(\beta^*)$$

entonces se verifica que

$$x_{ee}^{c,A}(\beta) > x_{ee}^{c,B}(\beta) \text{ para todo } \beta$$

mayor, entonces la alícuota podría ser menor y eso incrementa x^g_{ee} hasta revertir la situación.

Proposición 13 *Si se verifica que* $w_{nc}(1 - P_{ee}) > P_{ee}w_c(\widehat{\beta}^g_{ee} - \widehat{\beta}_{ee})$, *entonces* $x^{c,u}_{ee}(\widehat{\beta}_{ee}) > x^{c,g}_{ee}(\widehat{\beta}_{ee})$.

A su vez, para los valores más razonables de los parámetros, la riqueza de estado estacionario de los calificados será mayor en el sistema de arancel que en el de impuestos a los graduados, ya que ello ocurrirá siempre que la tasa de interés pasiva sea menor a la tasa a la cual se endeuda el gobierno para financiar inversión en capital humano.[17]

Proposición 14 *Si se verifica que* $i_g > r$, *entonces* $x^{c,a}_{ee}(\widehat{\beta}^g_{ee}) > x^{c,g}_{ee}(\widehat{\beta}^g_{ee})$.

Finalmente es posible comparar la riqueza de estado estacionario de los calificados en el sistema de arancel y el de impuestos uniformes. En este caso se halla que la riqueza en el sistema de arancel será mayor que la del sistema de impuestos uniformes cuando: (1) mayor es la tasa de interés a la cual se endeuda el gobierno para financiar inversión en capital humano, (2) menor es la tasa de interés pasiva y (3) mayor sea el ingreso de los calificados en relación al total de la economía.

Mientras que (1) y (2) surgen de las tasas a la que se endeudan quienes se califican en ambos sistemas, (3) se verifica porque la participación del ingreso de los calificados en el total de ingreso es igual a la proporción del costo de la educación que pagarán.

Proposición 15 *Es posible demostrar que* $x^{c,a}_{ee}(\widehat{\beta}_{ee}) > x^{c,u}_{ee}(\widehat{\beta}_{ee})$ *si se verifica que* $(1 + i_g)\,A > (1 + r)$.

[17] Aquí por simplicidad se realiza la comparación para β dado en el nivel de la media de quienes estudian en el sistema de impuestos a los graduados.

5.2 Mediante ejemplos numéricos

Dado que las ecuaciones que describen la dinámica del sistema son no-lineales, una mayor caracterización analítica no es posible. Por ello, en esta sección se utilizan ejemplos numéricos para comparar las soluciones en los distintos sistemas.

Para obtener los resultados en términos numéricos, se deben establecer valores para los parámetros del modelo y para ciertas variables en $t = 0$. En el Cuadro 3 se presentan los valores determinados, con los cuales se obtienen los resultados que se presentarán a continuación.

Cuadro 3: Valores para la simulación

Variables	$\mathbf{i_g = 0.30i}$	$\mathbf{i_g = 0.80i}$	$\mathbf{i_g = i}$
β :Habilidad-Esfuerzo	$\log N(1.16, 0.19)$	idem	idem
x_0 :Riqueza inicial	$U(4.1, 2.3)$	idem	idem
s :Proporción subsidiada	30%	30%	30%
h :Costo de la educación	5.5	5.5	5.5
r :Tasa de interés pasiva	12%	12%	12%
i :Costo privado de financiar KH	180%	180%	180%
i_g :Costo público de financiar KH	54%	144%	180%
w_{nc} :Salario de los no calificados	1	1	1
w_c :Salario de los calificados	9	9	9
α :Proporción de herencia	50%	50%	50%

La distribución de β se asume que es log normal, de modo de permitir que muy pocos tengan valores muy altos. La riqueza inicial (x_0), se supone que tiene una distribución uniforme aún sabiendo que usualmente en las economías ella se asemeja a una log normal. Esto último se justifica porque se pretende comenzar el análisis desde una situación donde "las fuerzas del mercado" aún no han actuado para distribuir la riqueza.

El valor de s es elegido suficientemente pequeño intencionalmente, para reflejar un sistema en el cual el gobierno se hace cargo sólo de los costos directos (funcionamiento de la Universidad).

Los valores para las tasas de interés activas, tanto para el gobierno como para el sector privado, merecen mayor discusión. En primer lugar, la tasa de interés al sector privado se establece “suficientemente alta” para financiar inversión en capital humano, ya que se cree que ello es lo que se observa usualmente en las economías, reflejando la falta de incentivos a pagar la deuda una vez de realizada la inversión y la imposibilidad de otorgar garantías.

En cuanto a la tasa que se le cobra al gobierno para que financie inversión en capital humano, se fijaron tres valores. En principio, no existen suficientes razones para justificar que el sector público puede realizar dicha tarea mejor que el sector privado, por lo cual sería correcto hacer $i = i_g$.[18] Sin embargo, es posible considerar la ventaja que puede surgir del uso de la estructura impositiva (ya establecida) y justificar que i_g sea algo menor que i.[19] Finalmente, aunque se cree que los escenarios anteriores serían los más cercanos a la realidad, se fijó $i_g = 0.3i$ para observar que ocurre si el gobierno logra realizar esta tarea mucho mejor que el sector privado

Los valores de los salarios, la tasa de interés pasivos y el costo de la educación fueron establecidos en valores que se presumen razonables. Además, con estos valores se intentó que la proporción de estudiantes bajo el sistema uniforme se aproxime a lo que ocurre actualmente en argentina (sobre todo en los casos de $i_g = 180\%$ y $i_g = 144\%$).

Una vez que se establecieron los valores de los parámetros y las distribuciones iniciales de las variables, es posible computar las economías bajo los distintos sistemas. En este caso, se supuso que la economía está compuesta por 5000 agentes, las cuales según su decisión de inversión en capital humano van dejando distintas herencias a sus hijos. Esta economía es computada desde t=0 hasta t=35, donde ya se observa que los valores de las variables se estabilizan.

A continuación, se presentan los resultados que surgen de comparar las distibuciones de cada generación en términos de desigualdad, pobreza, equidad, riqueza y utilidad promedio y bienestar.

[18] Este argumento es aún más fuerte en países en desarrollo, donde la estructura institucional del Estado suele ser muy débil.

[19] No obstante, es muy difícil que el uso del “aparato oficial” solucione los problemas de fondo que existen en la financiación de inversión en capital humano (no existe garantía y el activo en que se invierte no es expropiable).

5.2.1 Desigualdad

Es usual en economía considerar a la desigualdad de ingresos o de bienestar individual como un indicador de bienestar de la sociedad. En este caso, la desigualdad resultante de los distintos esquemas se mide de acuerdo a los indicadores usuales: coeficiente de Gini e índice de Atkinson con parámetros de aversión a la desigualdad iguales a 1 y 2.

Los resultados, que se presentan en el Apéndice B, muestran que de acuerdo a la desigualdad, el sistema de impuestos al graduado es el mejor y el de impuestos uniformes el peor.

Conclusión 1 *La distribución de ingresos resultante del sistema de impuestos uniformes es la más desigual, seguida por la de arancel puro y finalmente la de impuestos al graduados.*

Este resultado se debe al hecho de que en el sistema de impuestos uniformes los pobres financian una parte de la educación de los ricos. Además, el sistema de impuestos a los graduados es mejor en términos de igualdad que el de arancel porque si bien los pobres están igual, los ricos son menos ricos, porque pagan una porción de su educación con una tasa de interés mayor a r (en los tres casos).

5.2.2 Pobreza

Otro concepto que usualmente se relaciona al bienestar de una sociedad es la pobreza. La proporción de pobres y la profundidad de la pobreza, son usualmente dos cuestiones de preocupación de los encargados de diseñar la política económica.

En este caso, las mediciones se realizan mediante tres indicadores: la tasa de incidencia (que mide la proporción de pobres), la brecha de la pobreza (que además considera cuanto ingreso le falta para salir de la pobreza) y el índice de Foster, Greer y Thorbecke (1984) (llamado FGT) con $\alpha = 2$ (que pondera de forma creciente la brecha de la pobreza).

La línea de la pobreza fue definida en un valor intermedio entre $[x_{ee}^{nc}, x_{ee}^{c}(\beta_{\min})]$. Por ello, *la tasa de incidencia también indica la proporción de agentes que no se califican.*

Los resultados hallados, presentados en el apéndice, cambian de acuerdo al indicador que se utilice. Cuando solo se considera la cantidad de pobres, el sistema de impuestos uniformes es el mejor. Sin embargo, cuando se pondera en forma creciente la brecha de la pobreza en los casos donde i_g es similar a i, dicho sistema es el peor. A su vez, cuando se considera $i_g = 54\%$, el sistema de aranceles es el peor.

Conclusión 2 *La menor proporción de pobres se logra con el sistema de impuestos unifomes, lo que significa que este sistema maximiza la cantidad de estudiantes . No obstante, cuando se considera la profundidad de la pobreza (FGT con $\alpha = 2$) en los casos con valores de los parámetros más razonables, el sistema de impuestos uniformes es el peor.*

Como se notó en la proposición 12, el sistema de impuestos uniformes es del cual resulta la menor riqueza para los pobres. Sin embargo, tal como surge de las proposiciones 9 y 10, en dicho sistema será menor la proporción de pobres. Por ello, la tasa de incidencia es menor en el sistema de impuestos uniformes pero cuando se considera la profundidad de la pobreza dicho sistema es peor a los demás.

5.2.3 Equidad

Aunque generalmente la desigualdad y la pobreza son los indicadores preferidos para consideraciones distributivas, existe en la literatura un creciente acuerdo respecto a considerar a la igualdad de oportunidades como una concepción de equidad (Le Grand (1991), Benabou (2000), Gasparini (2000) y Phelan (2002)).

Dado que equidad es un concepto normativo, quizás más relacionado a la "justicia en la distribución de ingresos" o "justicia social", se debe definir cuidadosamente cómo se medirá. En este caso, considerando que en un sistema en el cual existe igualdad de oportunidades los que más ganan (x o U) son los más hábiles o quienes tienen mayor propensión al esfuerzo (β), se utilizará como indicador de equidad a la correlación entre β y x o U.

Los resultados, presenados en el apéndice, muestran que la equidad es máxima en los tres casos en las distribuciones resultantes de los sistemas de aranceles e impuestos al graduados y mínima en el caso de impuestos uniformes.

Conclusión 3 *Desde el punto de vista de la equidad, el sistema de aranceles y el de impuestos a los graduados son los mejores y el de impuestos uniformes es el peor.*

Este resultado se debe fundamentalmente a que en el sistema de impuestos uniformes los pobres son más pobres, por lo cual independientemente de su valor de β será más difícil que estudien.

5.2.4 Riqueza y utilidad promedio

Una manera generalizada de evaluar la performance de una economía es a través de su ingreso per cápita. En este caso, los resultados se hallan a partir de la media de la riqueza inicial y la utilidad.

Los resultados encontrados permiten concluir que de acuerdo a esta medida de bienestar, el mejor sistema es el de arancel total en los casos donde i es similar a i_g, mientras que el de impuesto uniformes es mejor cuando esta diferencia se amplía. A su vez, se observa claramente cuando se considera la utilidad media de la economía, que el sistema de impuestos uniformes es el menos beneficioso (excepto cuando $i_g = 54\%$).

Conclusión 4 *La riqueza promedio es mayor en el sistema de aranceles, mientras que de acuerdo a la utilidad el peor es el de impuestos uniformes (excepto cuando* $i_g = 54\%$*).*

Estos resultados surgen de considerar la diferencia entre i_g y r, que son las tasas de referencia para los ricos. Cuando esta diferencia es muy importante, el sistema de aranceles es el mejor, mientras que cuando son similares, el hecho de que en el sistema de impuestos uniformes sea mayor la cantidad de estudiantes, mejora el nivel de riqueza promedio de este sistema. A su vez, dicho sistema es el peor en términos de utilidad porque los pobres son más pobres, lo cual se refleja con mayor ponderación en términos de utilidad pues la función es cóncava.

5.2.5 Bienestar

Una manera usual de evaluar una economía es a través de una función de bienestar social a la Bergson-Samuelson (W), la cual agrega los niveles de vida individuales.

$$W = W(U_1, U_2, ...U_N)$$

Tal como mencionan Gasparini y Sosa Escudero (2001), estas funciones son útiles como un instrumento a disposición del analista o del hacedor de política para evaluar el bienestar global de una economía. Dado que este ejercicio implica necesariamente la agregación de niveles de vida individuales, la función W propone una manera ordenada y consistente de realizar ese ejercicio.

Debe notarse que las funciones de bienestar social son naturalmente arbitrarias, ya que dependen de los juicios de valor del analista. Sin embargo, es un ejercicio usual en la literatura proponer funciones que cumplan cierto conjunto de condiciones.

Una función que resulta muy útil y ha sido muy usada es la postulada Atkinson

$$W_a(\varepsilon) = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{Y_i^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon} \right)^{1-\varepsilon} \quad \text{para } \varepsilon \geq 0, \varepsilon \neq 0$$

$$W_a(\varepsilon = 0) \text{ se reemplaza por } \ln W_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \ln y_i$$

Donde el parámetro ε se define como una medida de aversión por la desigualdad. A partir de esta definición, se puede hallar una función de bienestar Rawlsiana cuando

$\varepsilon = \infty$, una utilitarista o a la Bentham cuando $\varepsilon = 0$ y la siguiente función resumida en la media y el indicador de desigualdad de Atkinson cuando $\varepsilon = 1{,}2$,

$$W_a(\varepsilon) = \mu(1 - A(\varepsilon)) \text{ con } \varepsilon = 1{,}2$$

Donde μ es la media de la distribución y $A(\varepsilon)$ es el índice de desigualdad de Atkinson con aversión a la desigualdad ε.

Los resultados son presentados en el apéndice de acuerdo a estas cuatro definiciones de bienestar (utilitarista, rawlsiana, Atkinson $\varepsilon = 1$ y $\varepsilon = 2$), más dos funciones definidas en función de la media y el Gini por Sen y Kakwani , respectivamente.

$$W_s = \mu(1 - G)$$

$$W_k = \frac{\mu}{1 + G}$$

Donde G es el índice de desigualdad de Gini.

Finalmente, de la comparación de los distintos sistemas de acuerdo a las diferentes representaciones del bienestar de la sociedad, surge que en todos los casos los sistemas de aranceles o impuestos a los graduados son mejores que el de impuestos uniformes. Mientras que en los casos donde i es similar a i_g el sistema de impuestos uniformes es claramente el peor, en el caso donde $i_g = 54\%$ se halla en una posición intermedia luego del sistema de impuestos a los graduados. Este último, es el que en más ocasiones aparece como el mejor sistema.

Conclusión 5 *En términos de bienestar, todas las funciones indican que el sistema de impuestos uniformes es peor que el sistema de aranceles o el de impuestos a los graduados. Entre los dos restantes, la mayoría de las mismas muestran que es mejor el sistema de impuestos a los graduados.*

Estos resultados, al considerar en forma conjunta la desigualdad y el nivel de utilidad, presentan sus mismas explicaciones. Dado que el sistema de impuestos a los graduados es el mejor en la mayoría de los casos en términos de desigualdad y el nivel de utilidad promedio resultante de su establecimiento también es el mejor o similar a este, en términos de bienestar aparece muchas veces como el más beneficioso para la sociedad.

6 Cuestiones finales

Las conclusiones presentadas anteriormente son solo tan válidas y convincentes como lo es el modelo del cual se derivan. Esto es relevante para comparar al modelo con otras formas de explicar el financiamiento de la inversión en capital humano y además, para considerar las discrepancias entre el modelo y la economía real.

En cuanto a otras alternativas para explicar el financiamiento de la inversión en capital humano, existe en la literatura una basta cantidad de estructuras, entre las cuales se han destacado anteriormente las utilizadas por Glom y Ravikumar (1992) y Caucutt y Kumar (2000). En ambos trabajos aún no se han analizado las propuestas evaluadas aquí y su desarrollo sería de gran utilidad para poder comparar los resultados.

Existen al menos dos notables discrepancias entre la ecnomía real y el modelo presentado aquí. En primer lugar, se ha supuesto que los agentes no calificados no se diferencian por sus habilidades, algo que no ocurre en la economía real. En segundo lugar, se ha supuesto que no existe incertidumbre con respecto a si los estudiantes finalizarán su carrera universitaria. Si bien es posible conjeturar que tales modificaciones no modificarán los resultados, avanzar en ambas direcciones seguramente contribuya a estudiar las alternativas de financiamiento universitario propuestas.

No obstante, mientras que no se desarrollen modelos o explicaciones teóricas robustas para abordar la evaluación de las alternativas de financiamiento universitario de las cuales se obtengan resultados diferentes, las conclusiones halladas se consideran valiosas.

En síntesis, los resultados encontrados permiten concluir que en los escenarios más cercanos a la realidad del modelo presentado anteriormente, el sistema de impuestos a los graduados es el mejor en términos de bienestar. A su vez, se halló que un sistema de financiamiento con un impuesto uniforme, es peor que el sistema de impuestos a los graduados en términos de desigualdad, pobreza (considerando la intensidad de la misma), equidad y crecimiento. En tal sentido, el único justificativo para sostener un sistema universitario de características similares al que actualmente funciona en Argentina, es que maximiza la cantidad de estudiantes que concurren a la universidad.

7 Apéndice A

7.1 Prueba de la proposición 1

Proof. De acuerdo al supuesto 1 sabemos que $\beta_{\min} w_c \geq h(1+r)+w_{nc}(2+r)$, entonces los que tengan $x_t \geq h$ preferirán invertir en capital humano (independientemente de β_i). Por esto, para encontrar el nivel de riqueza incial a partir del cual los agentes eligen educarse, debemos comparar U^{cc} y U^{nc} para encontrar el nivel de x para el cual se verifica que $U^{cc} \geq U^{nc}$. Dado que cuanto menor sea la proporción de recursos para la educación que no son fondos propios se vuelve menos rentable decidir estudiar, se encontrará el nivel de x minimo para el cual es más beneficioso estudiar en términos de utilidad,

$$U^{cc} = \ln\left[w_c\beta + (x-h)(1+i)\right] + \varepsilon \geq U^{nc} = \ln\left[\left(x_t + w_{nc}\right)(1+r) + w_{nc}\right] + \varepsilon$$

$$\ln\left[w_c\beta + (x-h)(1+i)\right] + \varepsilon \geq \ln\left[\left(x_t + w_{nc}\right)(1+r) + w_{nc}\right] + \varepsilon$$

$$\ln\left[w_c\beta + (x-h)(1+i)\right] \geq \ln\left[\left(x_t + w_{nc}\right)(1+r) + w_{nc}\right]$$

$$w_c\beta + (x-h)(1+i) \geq \left(x + w_{nc}\right)(1+r) + w_{nc}$$

$$w_c\beta - w_{nc} - w_{nc}(1+r) - h(1+i) \geq x(1+r) - x(1+i)$$

$$w_c\beta - w_{nc}(2+r) - h(1+i) \geq x(r-i)$$

$$x(i-r) \geq w_{nc}(2+r) + h(1+i) - w_c\beta$$

$$q(\beta) \geq \frac{\left[w_{nc}(2+r) + h(1+i) - w_c\beta\right]}{(i-r)}$$

■

7.2 Prueba de la proposición 2

Proof. En primer lugar debemos suponer que $(1-\alpha)(1+r) < 1 < (1-\alpha)(1+i)$. Luego, a partir de las ecuaciones que reflejan la dinámica de las riquezas, es posible plantear las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned}
x_{t+1}^{nc} &= (1-\alpha)(1+r)x_t + w_{nc}(2+r)(1-\alpha) && \text{si } \ x_t < q(\beta) \\
x_{t+1}^{cc} &= (1-\alpha)(1+i)x_t + (1-\alpha)\left[w_c\beta - h(1+i)\right] && \text{si } \ q(\beta) \leq x_t < h \\
x_{t+1}^{c} &= (1-\alpha)(1+r)x_t + (1-\alpha)\left[w_c\beta - h(1+r)\right] && \text{si } \ h \leq x_t
\end{aligned}$$

Veremos que es posible encontrar el punto ρ_i dado que es el valor donde se cumple

$$b^{cc}(x_t) = x_t$$

$$(1-\alpha)\left[w_c\beta + (x_t - h)(1+i)\right] = x_t$$

$$(1-\alpha)\left[w_c\beta + (x_t - h)(1+i)\right] = x_t$$

$$(1-\alpha)w_c\beta + (1-\alpha)(x_t - h)(1+i) = x_t$$

$$(1-\alpha)x_t(1+i) - x_t = h(1+i)(1-\alpha) - (1-\alpha)w_s\beta$$

$$x_t\left[(1-\alpha)(1+i) - 1\right] = (1-\alpha)\left[h(1+i) - w_c\beta\right]$$

$$\rho(\beta) = x_t = \frac{(1-\alpha)\left[h(1+i) - w_c\beta\right]}{\left[(1-\alpha)(1+i) - 1\right]}$$

■

7.3 Prueba de la proposición 3

Proof. Estos valores surgen de igualar las funciones de herencia con el nivel de riqueza incial. Para x_u esto es

$$b_{nc}(x_t) = x_t$$

$$(1-\alpha)\left[(x_t + w_{nc})(1+r) + w_{nc}\right] = x_t$$

$$(1-\alpha)(x_t + w_{nc})(1+r) + (1-\alpha)w_{nc} = x_t$$

$$(1-\alpha)x_t(1+r) + (1-\alpha)w_{nc}(1+r) + (1-\alpha)w_{nc} = x_t$$

$$(1-\alpha)w_{nc}(1+r) + (1-\alpha)w_{nc} = x_t - (1-\alpha)x_t(1+r)$$

$$(1-\alpha)(2+r)w_{nc} = x_t\left[1 - (1-\alpha)(1+r)\right]$$

$$x_{ee}^{nc} = \frac{(1-\alpha)(2+r)w_{nc}}{\left[1 - (1-\alpha)(1+r)\right]}$$

Notar que x_{nc} no es función de β. ■

7.4 Prueba de la proposición 4

Proof. De acuerdo a la figura 2 se debe igualar

$$b^c(x_t) = x_t$$

$$(1-\alpha)\left[w_c\beta + (x_t - h)(1+r)\right] = x_t$$

$$(1-\alpha)w_c\beta + (1-\alpha)x_t(1+r) - h(1-\alpha)(1+r) = x_t$$

$$(1-\alpha)w_c\beta - h(1-\alpha)(1+r) = x_t - (1-\alpha)x_t(1+r)$$

$$(1-\alpha)\left[w_c\beta - h(1+r)\right] = x_t\left[1-(1-\alpha)(1+r)\right]$$

$$x^c_{ee}(\beta) = \frac{(1-\alpha)\left[w_s\beta - h(1+r)\right]}{\left[1-(1-\alpha)(1+r)\right]}$$

■

7.5 Prueba de la proposición 5

Proof. Para hallar el valor de q_t se hace,

$$U^{cc} = \ln\left[w_c\beta_i(1-\tau^u_t) + (x - h(1-s))(1+i)\right] + \varepsilon = U^{nc} = \ln\left[(x + w_{nc})(1+r) + w_{nc}(1-\tau^u_t)\right] + \varepsilon$$

$$w_c\beta_i(1-\tau^u_t) + (x-h(1-s))(1+i) = (x+w_{nc})(1+r) + w_{nc}(1-\tau^u_t)$$

$$x(i-r) = w_{nc}(2+r-\tau^u_t) + h(1-s)(1+i) - w_c\beta_i(1-\tau^u_t)$$

$$q^u_t(\beta) = \frac{w_{nc}(2+r-\tau^u_t) + h(1-s)(1+i) - w_c\beta_i(1-\tau^u_t)}{i-r}$$

■

7.6 Prueba de la proposición 6

Proof. Para obtener ρ se hace

$$x = (1-\alpha)\left[w_c\beta(1-\tau^u) + (x-h(1-s))(1+i)\right]$$

$$x - x(1+i)(1-\alpha) = (1-\alpha)\left[w_c\beta(1-\tau^u) - h(1-s)(1+i)\right]$$

$$\rho^u(\beta) = \frac{(1-\alpha)\left[w_c\beta(1-\tau^u) - h(1-s)(1+i)\right]}{1-(1+i)(1-\alpha)}$$

De acuerdo a la figura 2 para hallar el nivel de riqueza límite de los no calificados se debe igualar

$$b_{nc}(x_t) = x_t$$

$$(1-\alpha)\left[(x_t + w_{nc})(1+r) + w_{nc}(1-\tau^u)\right] = x_t$$

$$(1-\alpha)(x_t + w_{nc})(1+r) + (1-\alpha)w_{nc}(1-\tau^u) = x_t$$

$$(1-\alpha)x_t(1+r) + (1-\alpha)w_{nc}(1+r) + (1-\alpha)w_{nc}(1-\tau^u) = x_t$$

$$(1-\alpha)w_{nc}(1+r) + (1-\alpha)w_{nc}(1-\tau^u) = x_t - (1-\alpha)x_t(1+r)$$

$$(1-\alpha)(2+r-\tau^u)w_{nc} = x_t\left[1-(1-\alpha)(1+r)\right]$$

$$x_{ee}^{nc,u} = \frac{(1-\alpha)(2+r-\tau^u)w_{nc}}{1-(1-\alpha)(1+r)}$$

Para hallar el nivel de riqueza límite de los calificados se hace

$$b^c(x_t) = x_t$$

$$(1-\alpha)\left\{w_c\beta(1-\tau^u) + \left[x_t - h(1-s)\right](1+r)\right\} = x_t$$

$$(1-\alpha)w_c\beta(1-\tau^u) + (1-\alpha)(1+r)x_t - h(1-s)(1-\alpha)(1+r) = x_t$$

$$(1-\alpha)\left[w_c\beta(1-\tau^u) - h(1-s)(1+r)\right] = x_t - (1-\alpha)x_t(1+r)$$

$$(1-\alpha)\left[w_c\beta(1-\tau^u) - h(1-s)(1+r)\right] = x_t\left[1-(1-\alpha)(1+r)\right]$$

$$x_{ee}^{c,u}(\beta) = \frac{(1-\alpha)\left[w_c\beta(1-\tau^u) - h(1-s)(1+r)\right]}{1-(1-\alpha)(1+r)}$$

■

7.7 Prueba de la proposición 7

Proof. Para hallar el valor de q_t se hace,

$$U^{cc} = \ln\left[w_c\beta_i(1-\tau_t^g) + (x-h(1-s))(1+i)\right] + \varepsilon = U^{nc} = \ln\left[(x+w_{nc})(1+r) + w_{nc})\right] + \varepsilon$$

$$w_c\beta_i(1-\tau_t^g) + (x-h(1-s))(1+i) = (x+w_{nc})(1+r) + w_{nc}$$

$$x(i-r) = w_{nc}(2+r) + h(1-s)(1+i) - w_c\beta_i(1-\tau_t^g)$$

$$q_t^g(\beta) = \frac{w_{nc}(2+r) + h(1-s)(1+i) - w_c\beta_i(1-\tau_t^g)}{i-r}$$

■

7.8 Prueba de la proposición 8

Proof. Para obtener ρ se hace

$$x = (1-\alpha)\left[w_c\beta(1-\tau^g) + (x-h(s))(1+i)\right]$$

$$x - x(1+i)(1-\alpha) = (1-\alpha)\left[w_c\beta(1-\tau^g) - h(s)(1+i)\right]$$

$$\rho^g(\beta) = \frac{(1-\alpha)\left[w_c\beta(1-\tau^g) - h(s)(1+i)\right]}{1-(1+i)(1-\alpha)}$$

De acuerdo a la figura 2 para hallar el nivel de riqueza límite de los no calificados se debe igualar

$$b_{nc}(x_t) = x_t$$

$$(1-\alpha)\left[(x+w_{nc})(1+r) + w_{nc}\right] = x_t$$

$$(1-\alpha)(x+w_{nc})(1+r) + (1-\alpha)w_{nc} = x$$

$$(1-\alpha)x(1+r) + (1-\alpha)w_{nc}(1+r) + (1-\alpha)w_{nc} = x$$

$$(1-\alpha)w_{nc}(1+r) + (1-\alpha)w_{nc} = x - (1-\alpha)x(1+r)$$

$$(1-\alpha)(2+r)w_{nc} = x_t\left[1-(1-\alpha)(1+r)\right]$$

$$x_{ee}^{nc,g} = \frac{(1-\alpha)(2+r)w_{nc}}{1-(1-\alpha)(1+r)}$$

Para hallar el nivel de riqueza límite de los calificados se hace

$$b^c(x_t) = x_t$$

$$(1-\alpha)\left\{w_c\beta_i(1-\tau^g) + (x - h(1-s))(1+r)\right\} = x_t$$

$$(1-\alpha)w_c\beta(1-\tau^g) + (1-\alpha)(1+r)x_t - h(1-s)(1-\alpha)(1+r) = x_t$$

$$(1-\alpha)\left[w_c\beta(1-\tau^g) - h(1-s)(1+r)\right] = x_t - (1-\alpha)x_t(1+r)$$

$$(1-\alpha)\left[w_c\beta(1-\tau^g) - h(1-s)(1+r)\right] = x_t\left[1-(1-\alpha)(1+r)\right]$$

$$x_{ee}^{c,g}(\beta) = \frac{(1-\alpha)\left[w_c\beta(1-\tau^g) - h(1-s)(1+r)\right]}{1-(1-\alpha)(1+r)}$$

■

7.9 Prueba de la proposición 9

Proof. Para demostrar cuando $\rho^a > \rho^u$ partimos de su definición,

$$\rho^a = \frac{(1-\alpha)\left[h(1+i) - w_c\widehat{\beta}_{ee}\right]}{\left[(1-\alpha)(1+i)-1\right]} > \rho^u = \frac{(1-\alpha)\left[h(1-s)(1+i) - (1-\tau^u)w_c\widehat{\beta}_{ee}\right]}{\left[(1-\alpha)(1+i)-1\right]}$$

$$(1-\alpha)\left[h(1+i) - w_c\widehat{\beta}_{ee}\right] > (1-\alpha)\left[h(1-s)(1+i) - (1-\tau^u)w_c\widehat{\beta}_{ee}\right]$$

$$hs(1+i) > w_c\widehat{\beta}_{ee}\tau^u$$

Reemplazando τ^u se obtiene

$$hs(1+i) > w_c\widehat{\beta}_{ee}\frac{(1+i_g)hsP_{ee}}{\left[w_c\widehat{\beta}_{ee}P_{ee} + w_{nc}(1 - P_{ee})\right]}$$

$$(1+i) > (1+i_g)\frac{w_c\widehat{\beta}_{ee}P_{ee}}{\left[w_c\widehat{\beta}_{ee}P_{ee} + w_{nc}(1 - P_{ee})\right]}$$

$$(1+i) > (1+i_g)A$$

donde $A = \frac{w_c\widehat{\beta}_{ee}P_{ee}}{\left[w_c\widehat{\beta}P_{ee} + w_{nc}(1 - P_{ee})\right]}$. ■

7.10 Prueba de la proposición 10

Proof. Para demostrar cuando $\rho^g > \rho^u$ se partirá de su definición

$$\rho^g = \frac{(1-\alpha)\left[h(1-s)(1+i)-(1-\tau^g)w_c\widehat{\beta}_{ee}\right]}{[(1-\alpha)(1+i)-1]} > \rho^u = \frac{(1-\alpha)\left[h(1-s)(1+i)-(1-\tau^u)w_c\widehat{\beta}_{ee}\right]}{[(1-\alpha)(1+i)-1]}$$

$$(1-\alpha)\left[h(1-s)(1+i)-(1-\tau^g)w_c\widehat{\beta}_{ee}\right] > (1-\alpha)\left[h(1-s)(1+i)-(1-\tau^u)w_c\widehat{\beta}_{ee}\right]$$

$$\tau^g w_c\widehat{\beta}_{ee} > \tau^u w_c\widehat{\beta}_{ee}$$

$$\tau^g > \tau^u$$

Reemplazando τ^u y τ^g se obtiene (donde $\widehat{\beta}_{ee}^g$ es la media de los que estudian en el sistema de impuestos al graduado)

$$\frac{(1+i_g)hsP_{ee}}{w_cP_{ee}\widehat{\beta}_{ee}^g} > \frac{(1+i_g)hsP_{ee}}{\left[w_c\widehat{\beta}_{ee}P_{ee}+w_{nc}(1\text{ - }P_{ee})\right]}$$

$$\frac{1}{w_c\widehat{\beta}_{ee}^g} > \frac{P_{ee}}{\left[w_c\widehat{\beta}_{ee}P_{ee}+w_{nc}(1\text{ - }P_{ee})\right]}$$

$$w_c\widehat{\beta}_{ee}P_{ee}+w_{nc}(1\text{ - }P_{ee}) > P_{ee}w_c\widehat{\beta}_{ee}^g$$

$$w_{nc}(1\text{ - }P_{ee}) > P_{ee}w_c(\widehat{\beta}_{ee}^g\text{ - }\widehat{\beta}_{ee})$$

■

7.11 Prueba de la proposición 11

Proof. Para mostrar que $\rho^a > \rho^g$ si se verifica que $i > i_g$ se parte de su definición (nótese que aquí la comparación se realiza para β dado en el nivel de la media de quienes estudian en el sistema de impuestos a los graduados).

$$\rho^a = \frac{(1-\alpha)\left[h(1+i)-w_c\widehat{\beta}_{ee}^g\right]}{[(1-\alpha)(1+i)-1]} > \rho^g = \frac{(1-\alpha)\left[h(1-s)(1+i)-(1-\tau^g)w_c\widehat{\beta}_{ee}^g\right]}{[(1-\alpha)(1+i)-1]}$$

$$(1-\alpha)\left[h(1+i)-w_c\widehat{\beta}_{ee}^g\right] > (1-\alpha)\left[h(1-s)(1+i)-(1-\tau^g)w_c\widehat{\beta}_{ee}^g\right]$$

$$h(1+i)-w_c\widehat{\beta}_{ee}^g > h(1-s)(1+i)-(1-\tau^g)w_c\widehat{\beta}_{ee}^g$$

$$hs(1+i) > w_c\widehat{\beta}_{ee}^{g}\tau^{g}$$

Reemplazando τ^g se obtiene (donde $\widehat{\beta}_{ee}^{g}$ es la media de los que estudian en el sistema de impuestos al graduado)

$$hs(1+i) > w_c\widehat{\beta}_{ee}^{g}\frac{(1+i_g)hsP_{ee}}{w_cP_{ee}\widehat{\beta}_{ee}^{g}}$$

$$(1+i) > (1+i_g)$$

$$i > i_g$$

■

7.12 Prueba de la proposición 12

Proof. Se verifica que

$$x_{ee}^{nc,a} = x_{ee}^{nc,g} = \frac{(1-\alpha)(2+r)w_{nc}}{1-(1-\alpha)(1+r)}$$

A su vez,

$$x_{ee}^{nc,sp} = \frac{(1-\alpha)(2+r-\tau^u)w_{nc}}{1-(1-\alpha)(1+r)} < x_{ee}^{nc,a} = x_{ee}^{nc,g}$$

$$\frac{(1-\alpha)(2+r-\tau^u)w_{nc}}{1-(1-\alpha)(1+r)} < \frac{(1-\alpha)(2+r)w_{nc}}{1-(1-\alpha)(1+r)}$$

$$(2+r-\tau^u)w_{nc} < (2+r)w_{nc}$$

$$\tau^u w_{nc} > 0$$

■

7.13 Prueba de la proposición 13

Proof. Se verifica que $x_{ee}^{c,u} > x_{ee}^{c,g}$ si se cumple que

$$x_{ee}^{c,u}(\widehat{\beta}_{ee}) = \frac{(1 - \alpha)\left[w_c\widehat{\beta}_{ee}(1 - \tau^u) - h(1 - s)(1+r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1+r)} >$$

$$x_{ee}^{c,g}(\widehat{\beta}_{ee}) = \frac{(1 - \alpha)\left[w_c\widehat{\beta}_{ee}(1 - \tau^g) - h(1 - s)(1+r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1+r)}$$

$$\frac{(1 - \alpha)\left[w_c\widehat{\beta}_{ee}(1 - \tau^u) - h(1 - s)(1+r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1+r)} > \frac{(1 - \alpha)\left[w_c\widehat{\beta}_{ee}(1 - \tau^g) - h(1 - s)(1+r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1+r)}$$

$$\left[w_c\widehat{\beta}_{ee}(1 - \tau^u) - h(1 - s)(1+r)\right] > \left[w_c\widehat{\beta}_{ee}(1 - \tau^g) - h(1 - s)(1+r)\right]$$

$$w_c\widehat{\beta}_{ee}\tau^g > w_c\widehat{\beta}_{ee}\ \tau^u$$

$$\tau^g > \ \tau^u$$

Reemplazando τ^u y τ^g se obtiene

$$\frac{(1+i_g)hsP_{ee}}{w_cP_{ee}\widehat{\beta}^g_{ee}} > \frac{(1+i_g)hsP_{ee}}{\left[w_c\widehat{\beta}_{ee}P_{ee} + w_{nc}(1 - P_{ee})\right]}$$

$$\frac{1}{w_c\widehat{\beta}^g_{ee}} > \frac{P_{ee}}{\left[w_c\widehat{\beta}P_{ee} + w_{nc}(1 - P_{ee})\right]}$$

$$w_c\widehat{\beta}_{ee}P_{ee} + w_{nc}(1 - P_{ee}) > P_{ee}w_c\widehat{\beta}^g_{ee}$$

$$w_{nc}(1 - P_{ee}) > P_{ee}w_c(\widehat{\beta}^g_{ee} - \widehat{\beta}_{ee})$$

■

7.14 Prueba de la proposición 14

Proof. Se verifica que $x^{c,a}_{ee} > x^{c,g}_{ee}$ si se cumple que (nótese que aquí la comparación se realiza para β dado en el nivel de la media de quienes estudian en el sistema de impuestos a los graduados).

$$x^{c,a}_{ee}(\widehat{\beta}^g_{ee}) = \frac{(1 - \alpha)\left[w_c\widehat{\beta}^g_{ee} - h(1+r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1+r)} > x^{c,g}_{ee}(\widehat{\beta}^g_{ee}) = \frac{(1 - \alpha)\left[w_c\widehat{\beta}^g_{ee}(1 - \tau^g) - h(1 - s)(1+r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1+r)}$$

$$\frac{(1 - \alpha)\left[w_c\widehat{\beta}^g_{ee} - h(1+r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1+r)} > \frac{(1 - \alpha)\left[w_c\widehat{\beta}^g_{ee}(1 - \tau^g) - h(1 - s)(1+r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1+r)}$$

$$\left[w_c\widehat{\beta}^g_{ee} - h(1+r)\right] > \left[w_c\widehat{\beta}^g_{ee}(1 - \tau^g) - h(1 - s)(1+r)\right]$$

$$w_c\widehat{\beta}^g_{ee}\ \tau^g > hs(1+r)$$

$$w_c\widehat{\beta}^g_{ee}\frac{(1+i_g)hsP_{ee}}{w_cP_{ee}\widehat{\beta}^g_{ee}} > hs(1+r)$$

$$(1+i_g) > (1+r)$$

$$i_g > r$$

■

7.15 Prueba de la proposición 15

Proof. Para demostrar cuando se verifica que $x_{ee}^{c,a} > x_{ee}^{c,u}$ se parte de sus definiciones

$$x_{ee}^{c,a}(\widehat{\beta}_{ee}) = \frac{(1 - \alpha)\left[w_c\widehat{\beta}_{ee} - h(1+r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1+r)} > x_{ee}^{c,g}(\widehat{\beta}_{ee}) = \frac{(1 - \alpha)\left[w_c\widehat{\beta}_{ee}(1 - \tau^u) - h(1 - s)(1+r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1+r)}$$

$$\frac{(1 - \alpha)\left[w_c\widehat{\beta}_{ee} - h(1+r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1+r)} > \frac{(1 - \alpha)\left[w_c\widehat{\beta}_{ee}(1 - \tau^u) - h(1 - s)(1+r)\right]}{1 - (1 - \alpha)(1+r)}$$

$$\left[w_c\widehat{\beta}_{ee} - h(1+r)\right] > \left[w_c\widehat{\beta}_{ee}(1 - \tau^u) - h(1 - s)(1+r)\right]$$

$$w_c\widehat{\beta}_{ee}\tau^u > hs(1+r)$$

Reemplazando τ^u

$$w_c\widehat{\beta}_{ee}\frac{(1+i_g)hsP_{ee}}{\left[w_c\widehat{\beta}_{ee}P_{ee} + w_{nc}(1 - P_{ee})\right]} > hs(1+r)$$

$$(1+i_g)A > (1+r)$$

donde $A = \frac{w_c\widehat{\beta}_{ee}P_{ee}^u}{w_{nc}(1 - P_{ee}^u)+w_c\beta P_{ee}^u}$ es la proporción del costo de la educación que pagan los graduados en el sistema de impuestos uniformes. ■

8 Apéndice B

8.1 Desigualdad

Caso 1: $\mathbf{i}_g = \mathbf{i} = 180\%$

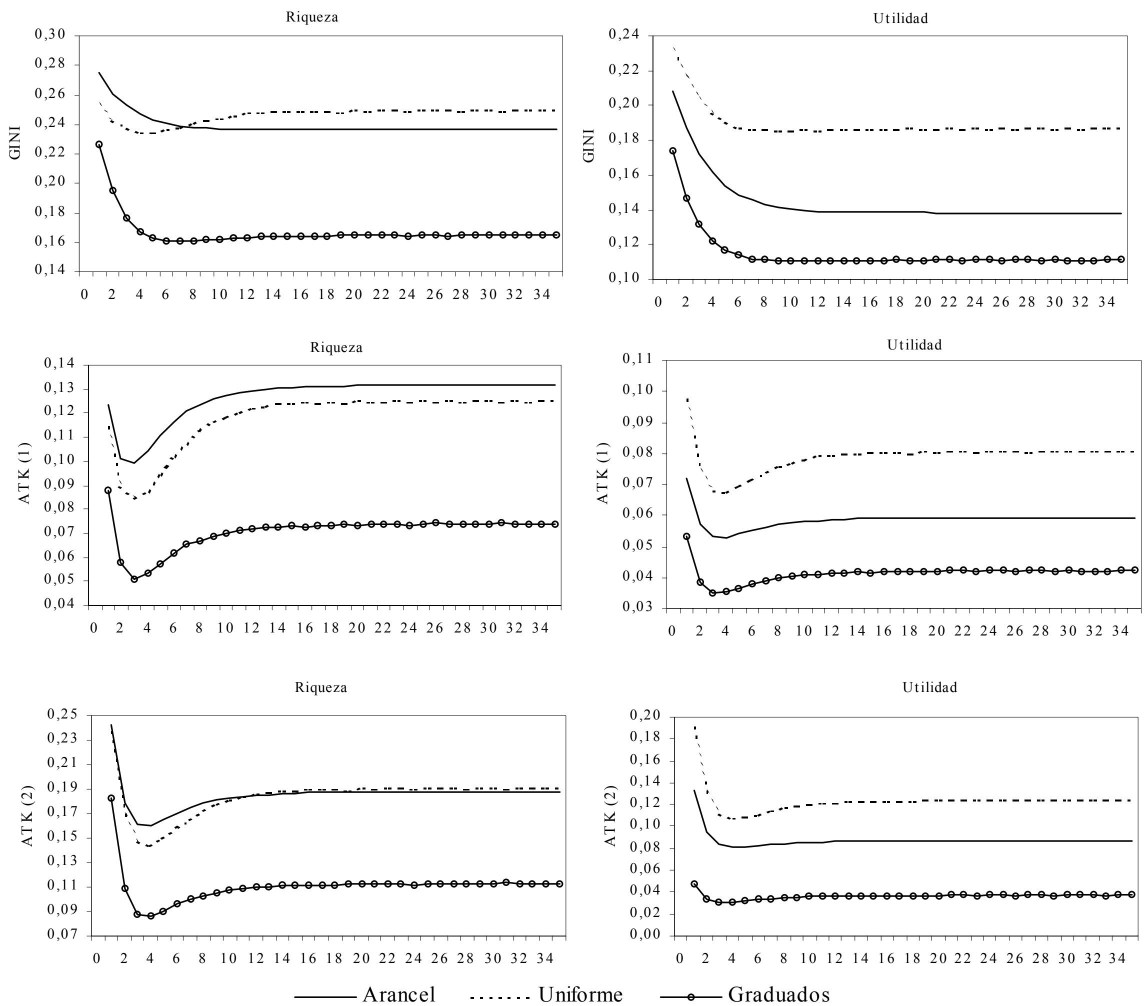

Figure 3: Desigualdad

Caso 2: $\mathbf{i}_g = \mathbf{0.80i} = \mathbf{144\%}$

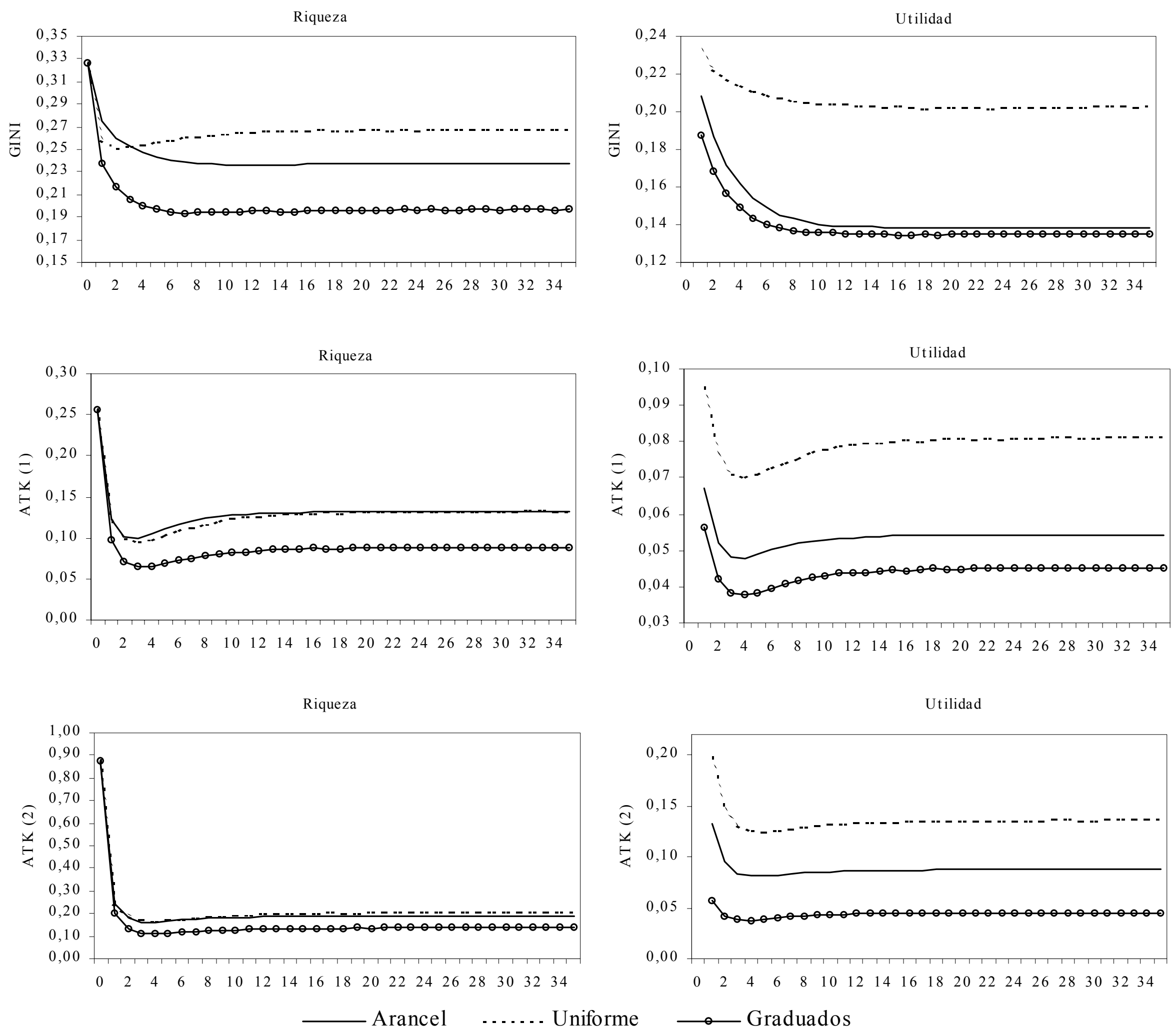

Figure 4: Desigualdad

Caso 3: $\mathbf{i}_g = 0.30\mathbf{i} = 54\%$

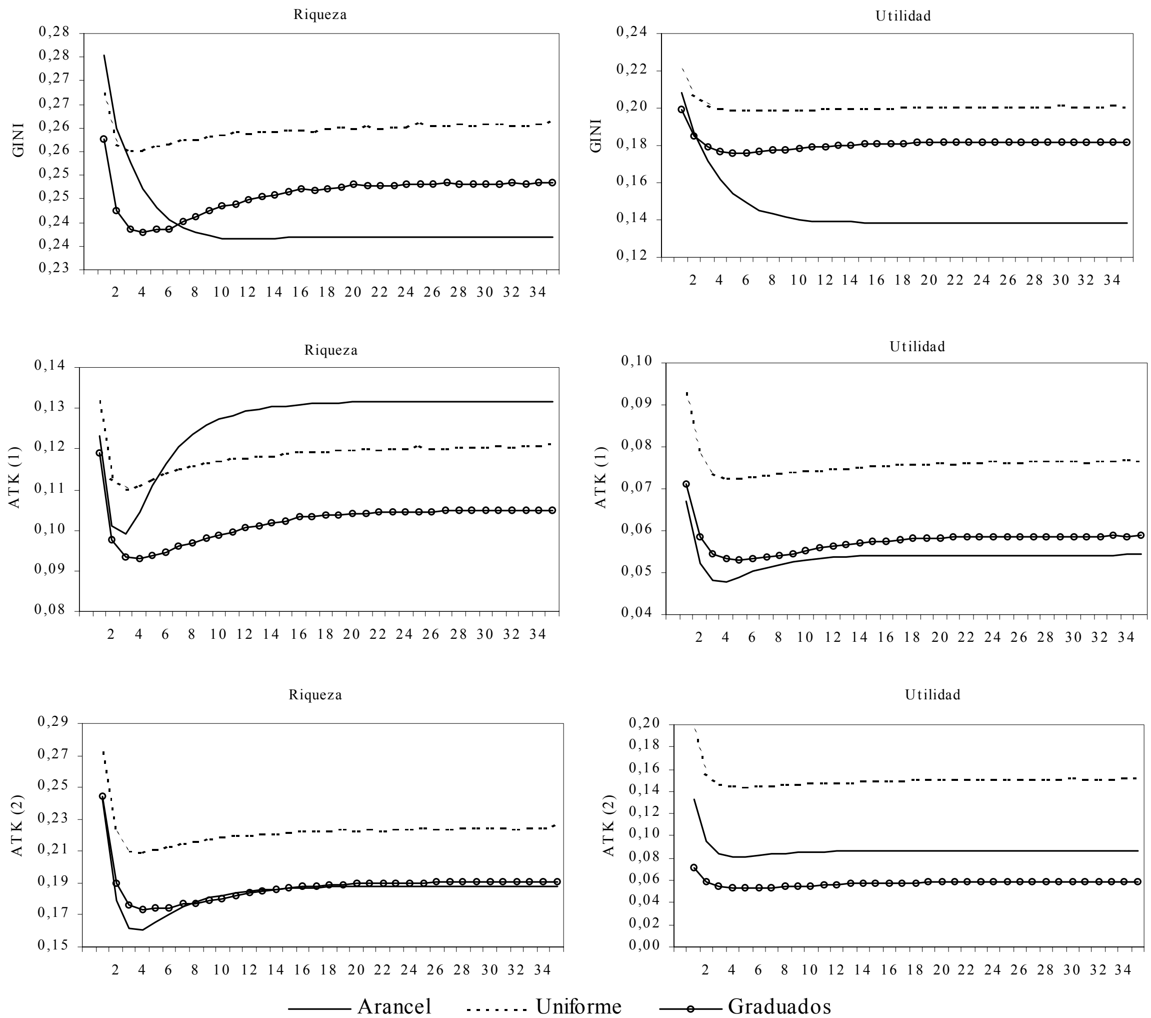

Figure 5: Desigualdad

8.2 Pobreza

Caso 1: $\mathbf{i}_g = \mathbf{i} = 180\%$

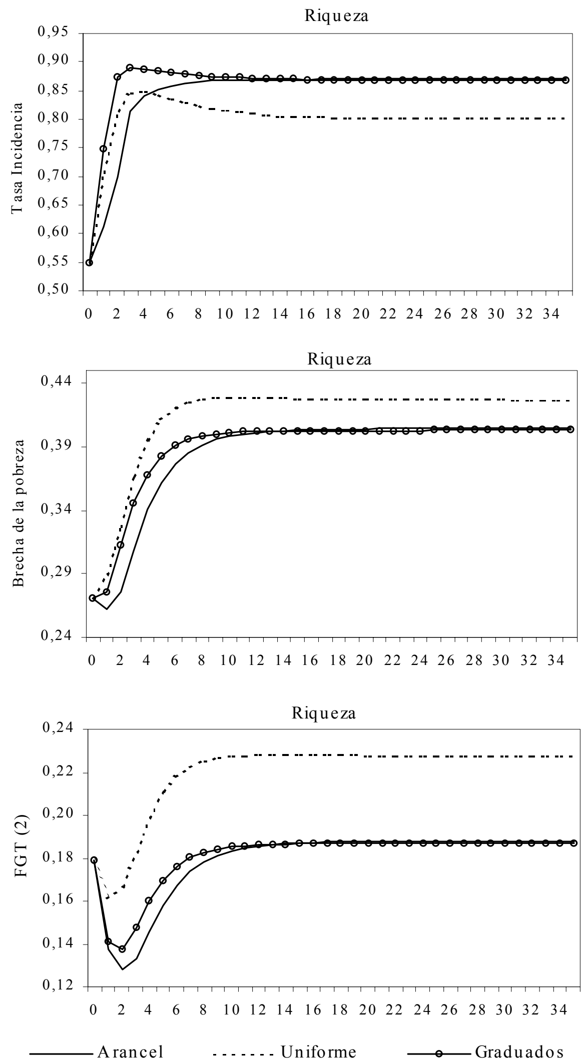

Figure 6: Pobreza

Caso 2: $\mathbf{i}_g$= $\mathbf{0.80i = 144\%}$

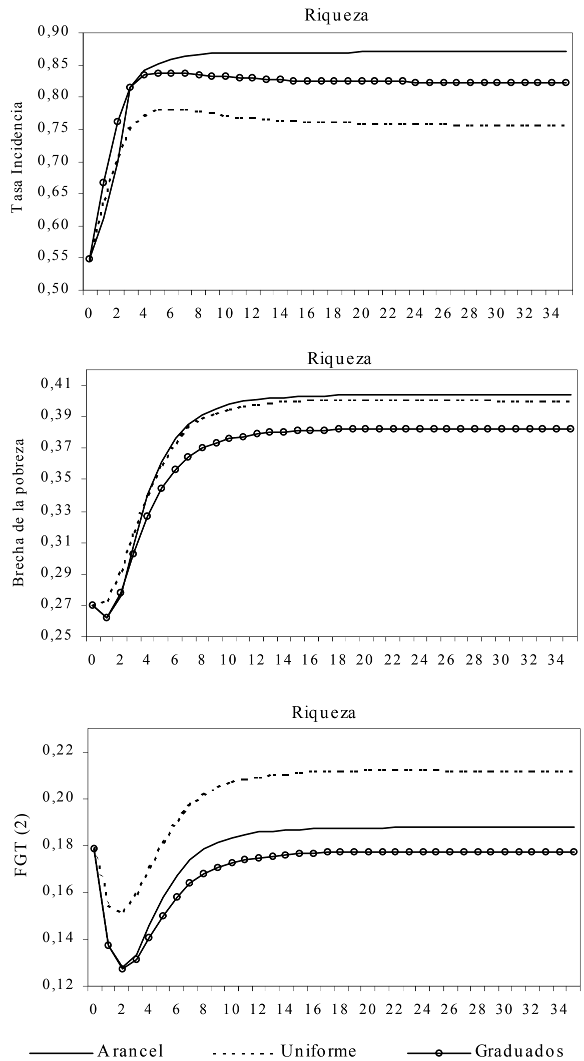

Figure 7: Pobreza

Caso 3: $\mathbf{i}_g = \mathbf{0.30i} = \mathbf{54\%}$

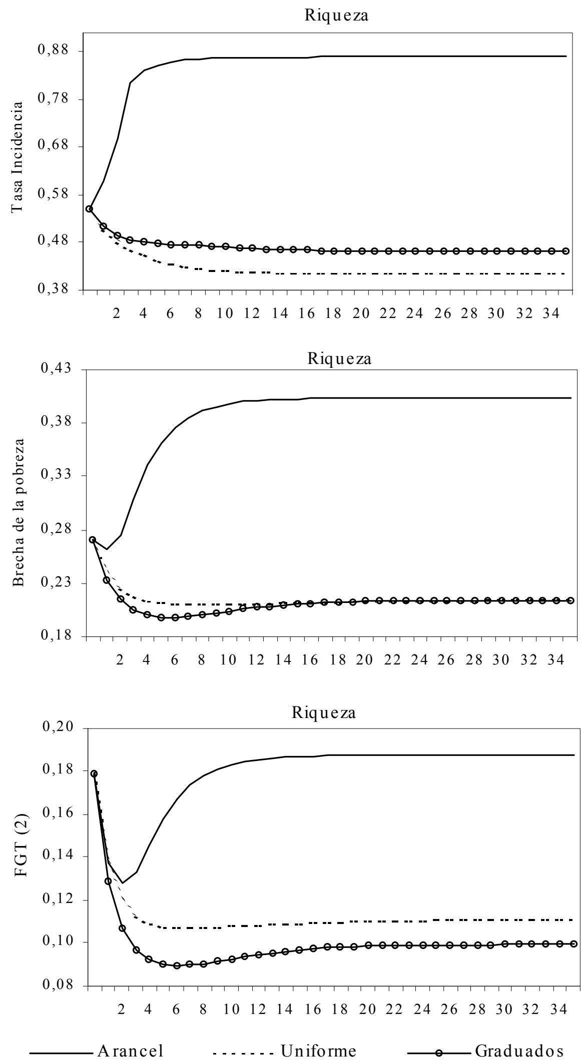

Figure 8: Pobreza

8.3 Equidad

Caso 1: $\mathbf{i}_g = \mathbf{i} = 180\%$

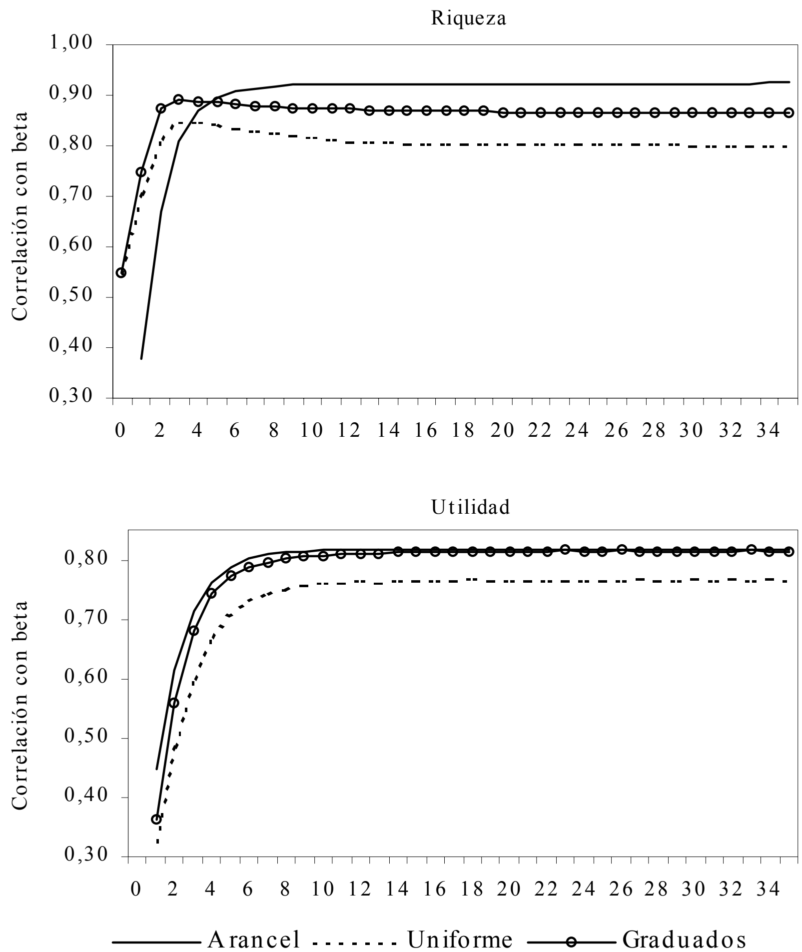

Figure 9: Equidad

Caso 2: $\mathbf{i}_g = 0.80\mathbf{i} = 144\%$

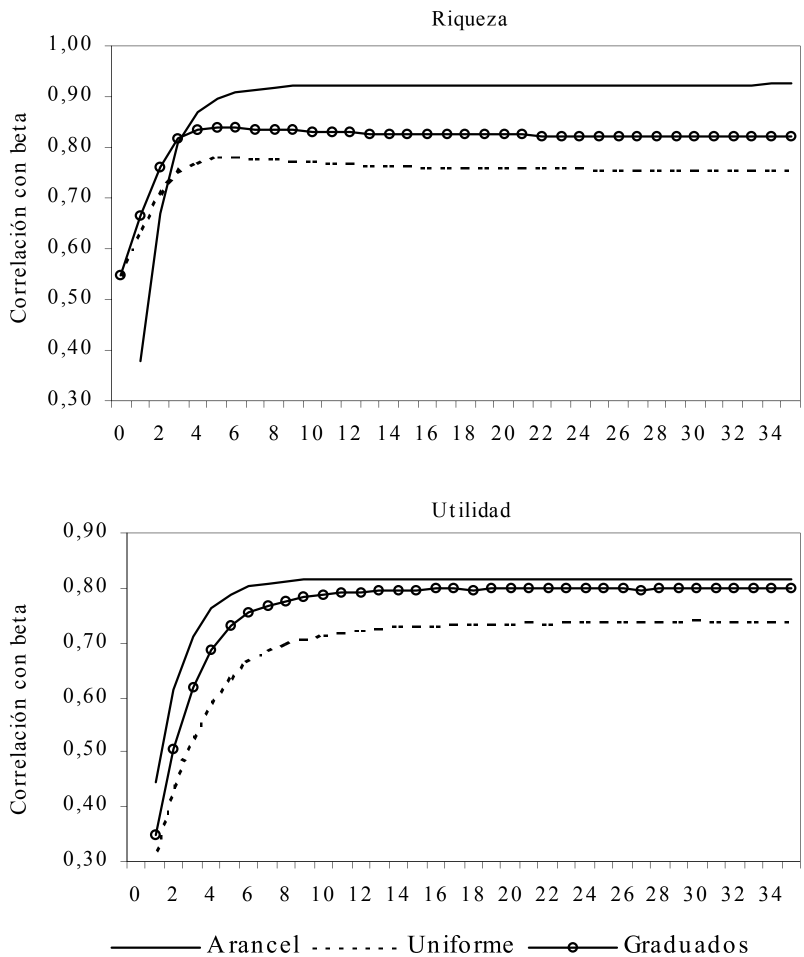

Figure 10: Equidad

Caso 3: $\mathbf{i}_g = 0.30\mathbf{i} = 54\%$

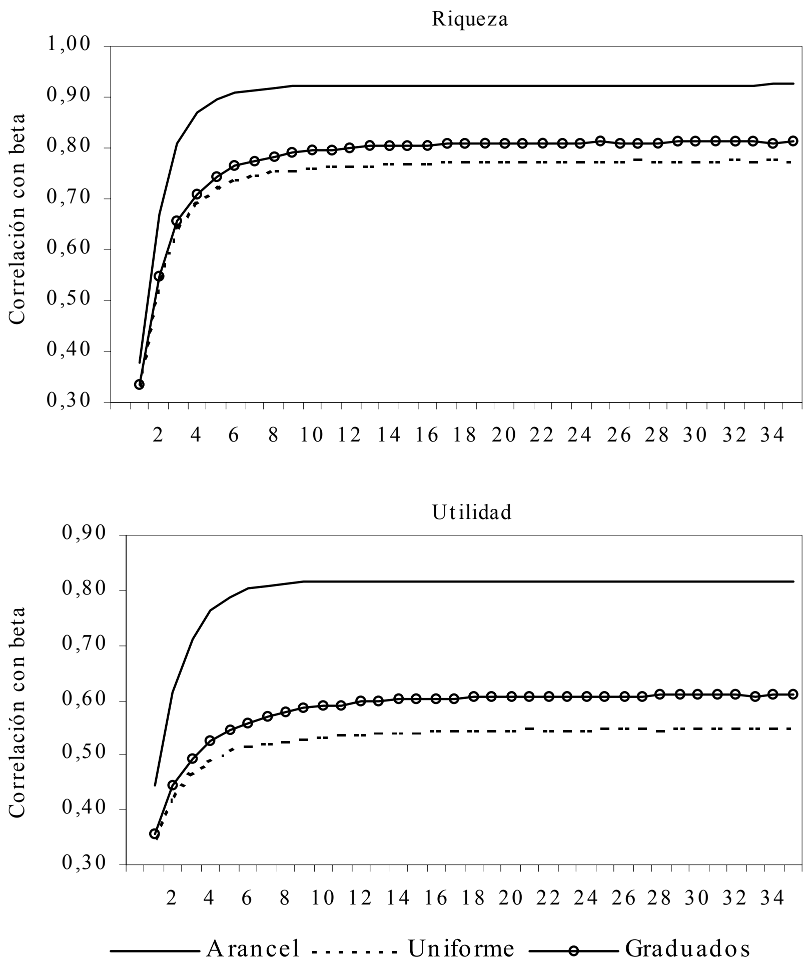

Figure 11: Equidad

8.4 Riqueza y utilidad promedio

Caso 1: $\mathbf{i}_g = \mathbf{i} = \mathbf{180\%}$

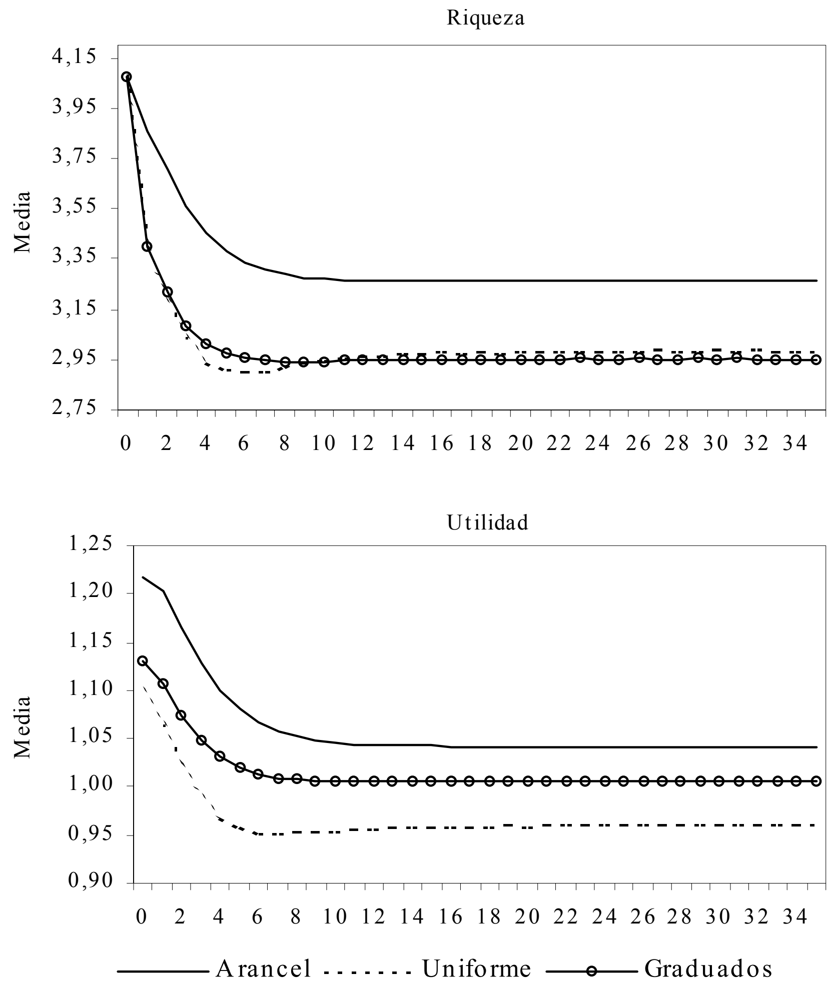

Figure 12: Promedio de riqueza y utilidad

Caso 2: $\mathbf{i}_g= \mathbf{0.80i} = \mathbf{144\%}$

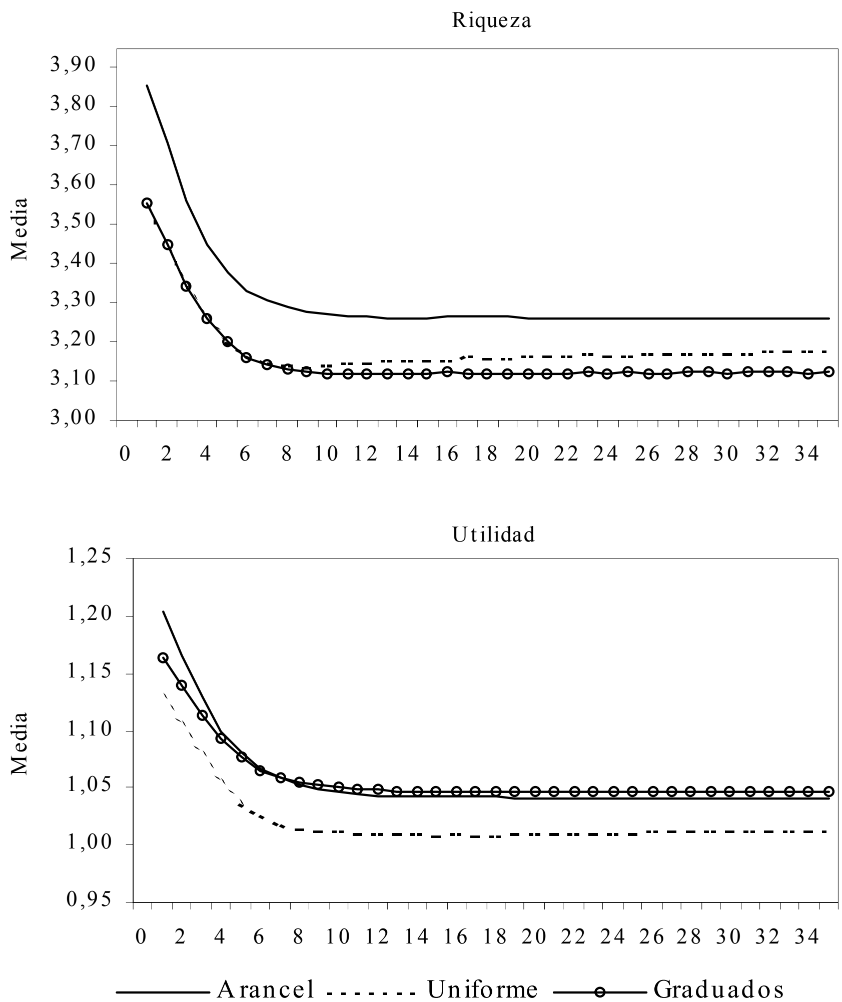

Figure 13: Promedio de utilidad y riqueza

Caso 3: $\mathbf{i}_g = \mathbf{0.30i} = \mathbf{54\%}$

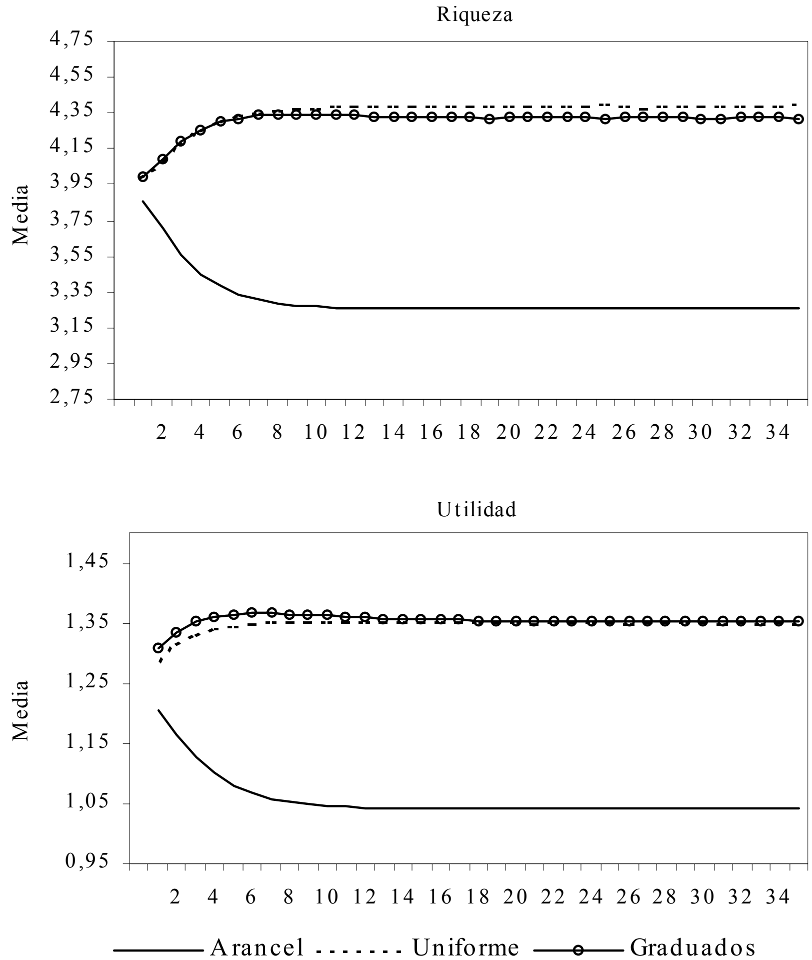

Figure 14: Promedio de riqueza y utilidad

8.5 Bienestar

Caso 1: $\mathbf{i}_g = \mathbf{i} = 180\%$

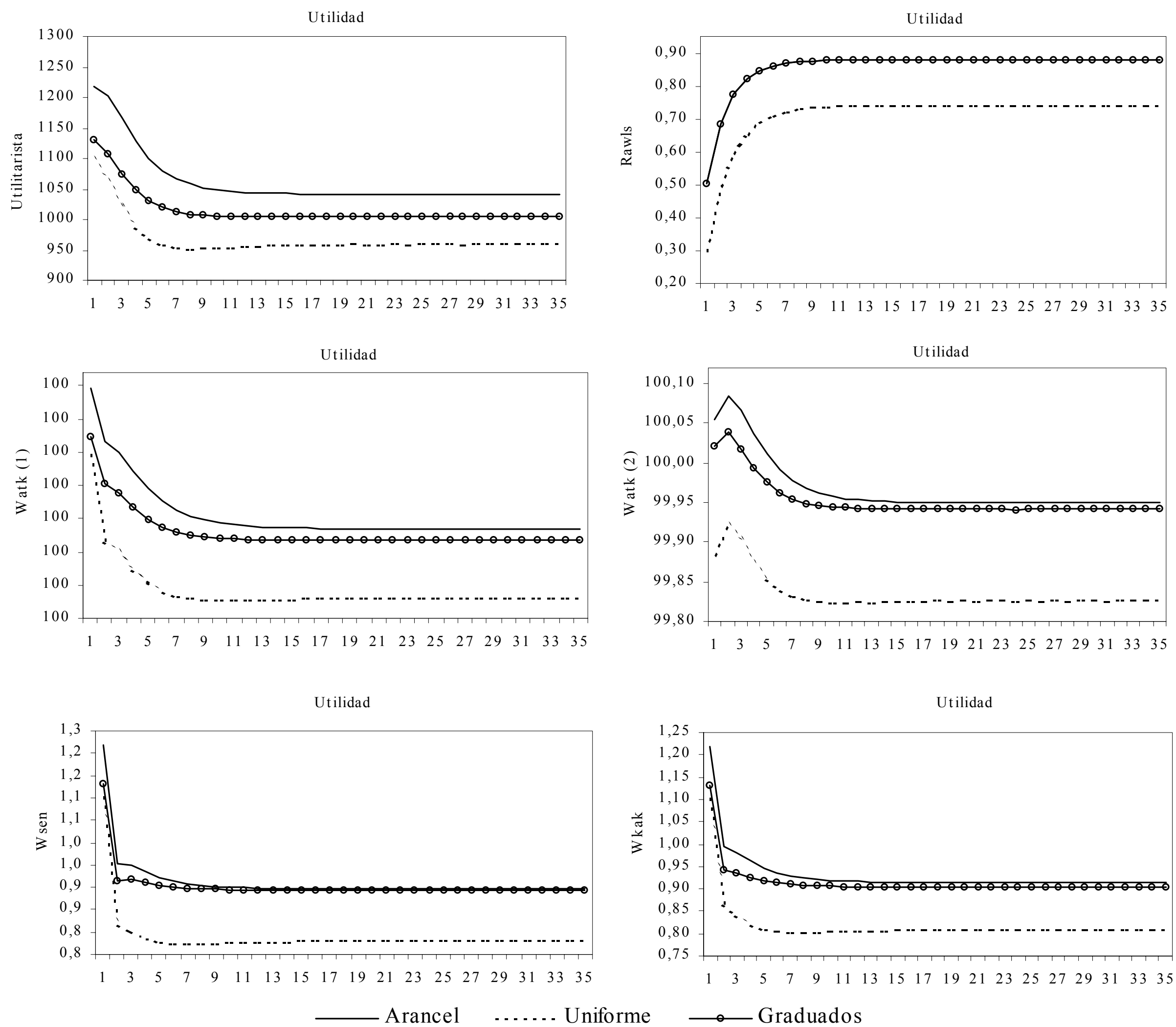

Figure 15: Bienestar

Caso 2: $\mathbf{i}_g = \mathbf{0.80i} = \mathbf{144\%}$

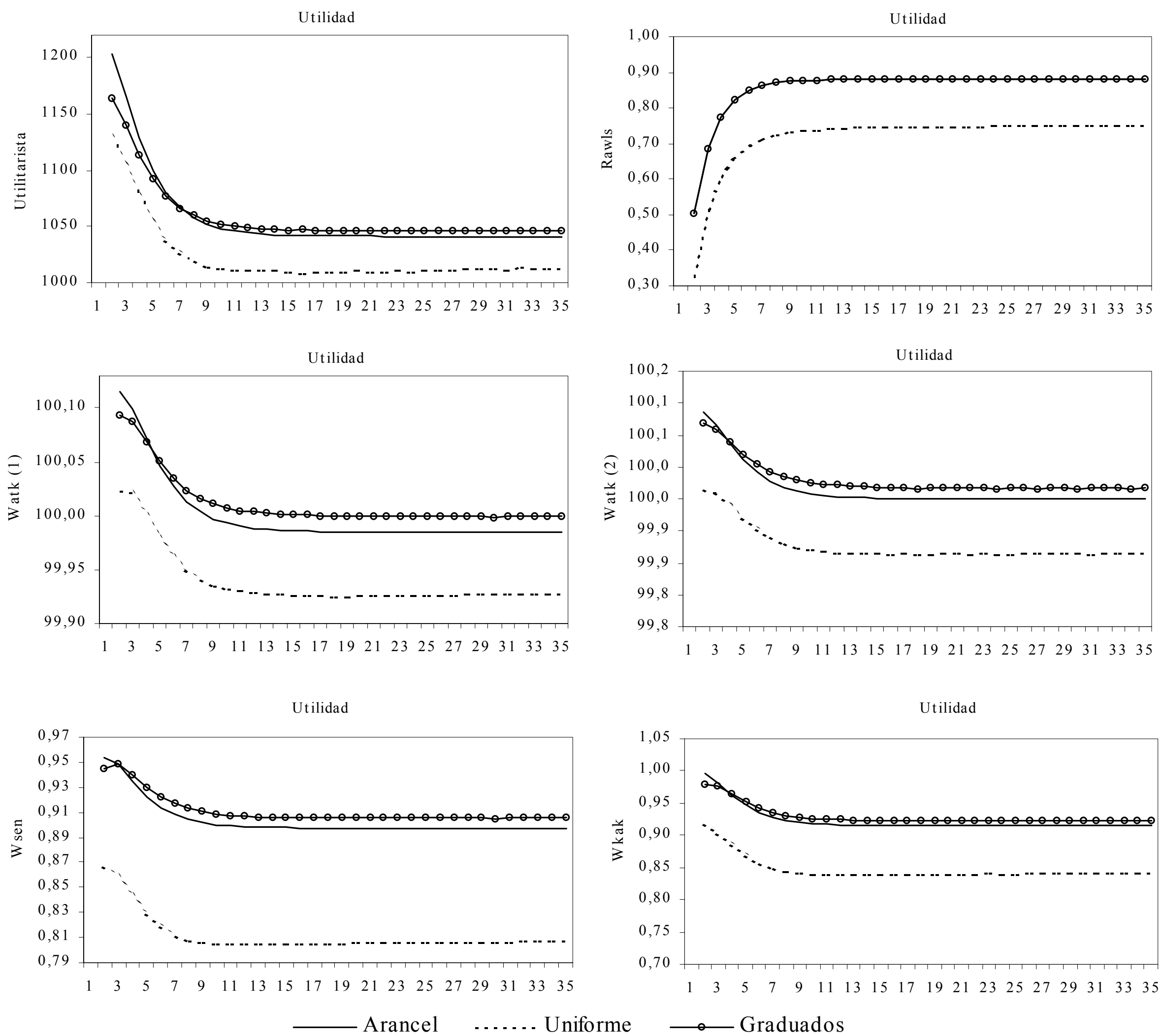

Figure 16: Bienestar

Caso 3: $\mathbf{i}_g = \mathbf{0.30i} = \mathbf{54\%}$

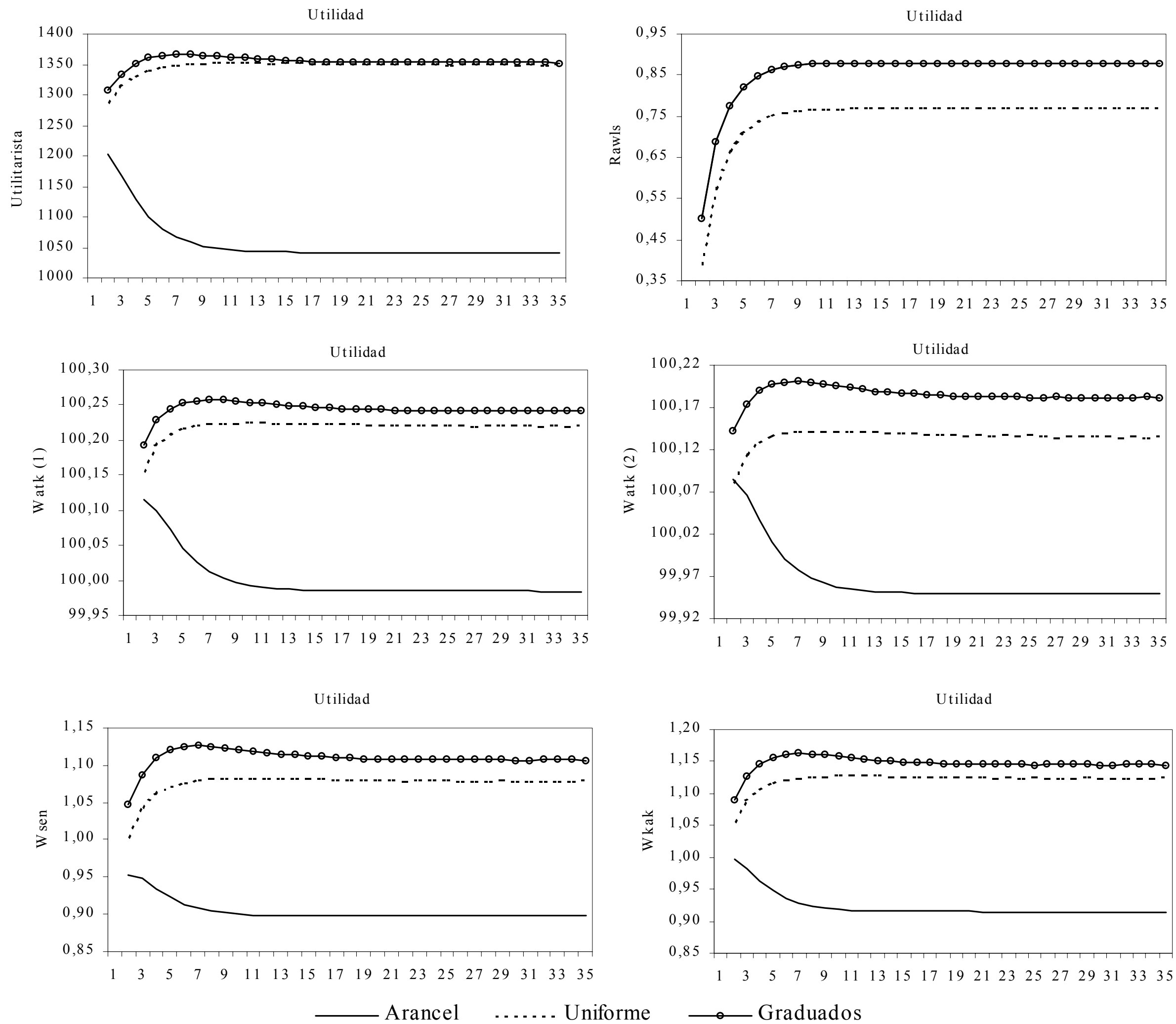

Figure 17: Bienestar

References

[1] Aghion and Howitt (1998). "Endogenous Growth Theory". MIT Press.

[2] Alianza (2000). "Documento de discusión de la 1ra. Reunión de los jóvenes de la Alianza". Página Web de Franja Morada.

[3] Becker, G. (1962). "Investiment in human capital: A theorical analysis", Journal of Political Economy, 70, 9-49.

[4] Bénabou R. (2000). "Meritocracy, redistribution, and the size of the pie. En Arrow, Bowles Durluaf, Meritocracy and economic inequality. Princeton. Capítulo 12, 317-323.

[5] Bowles S. and Gintis H. (2000). "The Inheritance of Economic Status:Education, Class and Genetics". Working Paper University of Massachusetts.

[6] Browning M., Hansen L. and Heckman J. (1999). "Micro Data and General Equilibrium Models". Handbook of Macroeconomics. Volume 1A, 543-625.

[7] Caucutt E. and Kumar K. (2000). "Higher Education Subsidies and Heterogeneity: A Dynamic Analysis". Working Paper Rochester Center for Economic Research.

[8] Chen Hung- ju Chen (2002) "Educational Systems, Growth and Income Distribution: A Quantitative Study". Working Paper UCLA.

[9] Ennis H. and Porto A.(2001). "Igualdad de Oportunidades e Ingreso a la Universidad Pública en la Argentina". Documento de Trabajo N^{o}30. Departamento de Economía, UNLP.

[10] Foster, Greer y Thorbecke (1984). "A class of decomposable poverty measures". Econometrica 52, 761-765

[11] Galor O. and Zeira J.(1993) "Income distribution and macroeconomics", Review of Economic Studies, 60, 35-52.

[12] Gasparini L. (1998). "La incidencia impositiva del sistema tributario en Argentina. En FIEL, La reforma tributaria en Argentina.

[13] Gasparini L. y Sosa Escudero W. (2001). "Assessing aggregate welfare: growth and inequality in Argentina". Cuadernos de Economía (Latin American Journal of Economics) 38, N^{o}113.

[14] Ghatak M., Morelli M. and Sjöström T. (2001). "Credit Rationing, Wealth Inequality, and Allocation of Talent". Working Paper Pennsylvania State University.

[15] Glomm G. and Ravikumar B. (1992). "Public vs. Private Investment in Human Capital: Endogenous Growth and Income Inequality". Journal of Political Economy 100 (4), 106-112.

[16] Moav O. (2000). "Income Distribution and Macroeconomics: Convex Technology and the Role of Intergenerational Transfers". Working Paper Hebrew University of Jerusalem.

[17] Mulligan, C. (1997). "Parental priorities and economic inequality". Chicago. University of Chicago Press.

[18] Nelson and Phelps (1966). "Investment in Humans, Technological Diffusion, and Economic Growth". American Economic Reviews 61: 69-75.

[19] Le Grand J. (1991). "Equity and Choice: An essay in economics and applied philosophy". London: Harper Collins Academic.

[20] Lucas Jr. R. (1988). "On the mecanics of economic development", Journal of Monetary Economics, 22, 3-42.

[21] Phelan C.(2002). "Inequality and Fairness". Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, Vol 26, N^{o}2, Spring 2002, pp. 2-11.

[22] Rillaers A. and Durán J. (2002). "Idiosyncratic productivity shocks, borrowing limits, and investment in human capital". Working Paper IRES.

[23] Wallace N. (1996). "Narrow Banking Meets the Diamond-Dybvig Model". Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, Vol. 20, N°1, 3-13.