Asignación intersectorial del Capital, Precios Relativos e Incertidumbre en una Economía Abierta

Ariel Alberto Coremberg
Master in Economics-ITDT
MEYOSP/UBA

acorem@mecon.ar
Soler 3732 3.A.(1425)
Capital Federal-
República Argentina
TEL-FAX: 821-5613

Buenos Aires, 6 de abril, 1999.

Asignación intersectorial del Capital, Precios Relativos e Incertidumbre en una Economía Abierta

Ariel Alberto Coremberg

Este trabajo analiza la asignación sectorial del capital en un contexto de incertidumbre en una economía abierta de dos sectores, transables y no transables. Se plantea un modelo de agente representativo que maximiza la rentabilidad esperada de su inversión reasignando intersectorialmente el capital, bajo condiciones de costos de ajuste de la inversión e incertidumbre.

Se prueba que el precio relativo (inversa del tipo de cambio real) que iguala las rentabilidades relativas del capital invertido en cada sector en una economía abierta fluctuará endógenamente respecto de la evolución estocástica del residuo de Solow de las funciones de producción.

Procesos de apreciación cambiaria pueden ser explicados por la incertidumbre generada por los shocks estocásticos, independientemente de la evolución a largo plazo de las productividades relativas de los sectores integrantes de la economía

.

Este trabajo consta de una introducción, donde se señalan los antecedentes teóricos sobre el tema, en la segunda sección se plantea el modelo en un contexto determinista, en la tercera, se analizan las implicancias de considerar irreversibilidad en la inversión incluyendo costos de ajuste en la reasignación intersectorial del capital, en la cuarta sección se analiza la modelización de la incertidumbre y su impacto en la determinación del grado de movilidad del capital y del tipo de cambio real. Por último se plantean las conclusiones.

I-Introducción

El carácter óptimo del proceso de reasignación intersectorial de los recursos estaría dado por la necesaria adaptación del sistema económico a las fluctuaciones agregadas.

Sin embargo, la libre reasignación de los factores productivos entre sectores o entre regiones resulta dificultosa dada la existencia de una serie de distorsiones como la heterogeneidad existente entre trabajadores y firmas, la existencia de costos de búsqueda, la irreversibilidad de la inversión, activos específicos (tangibles e intangibles) a la firma, información asimétrica, etc. La combinación de las fricciones y la heterogeneidad aumenta la importancia del rol de los procesos de reconversión productiva inter e intrasectorial en las fluctuaciones económicas agregadas.

En años recientes, se ha desarrollado un conjunto de literatura económica que trata de explicar la interacción entre las fluctuaciones agregadas y reconversión sectorial. Estas teorías parten de la premisa de que la economía se encuentra sujeta a continuos eventos que perturban la asignación factorial existente entre y hacia dentro de los sectores, impulsando variaciones idiosincráticas en la rentabilidad de las firmas. La ocurrencia continua de estos shocks inducen profundos procesos de reconversión productiva cambiando la composición y características de los sectores económicos. Estos shocks pueden tener origen tanto a nivel macroeconómico como en los mismos sectores. El impacto de los shocks sobre el desempeño macroeconómico será mayor cuanto menor sea el grado de flexibilidad factorial intersectorial o interregional. Entonces el grado de flexibilidad factorial se comportaría endógenamente respecto del grado de incertidumbre que producen los shocks.

La teoría del comercio internacional ha considerado el impacto que producen los diferentes grados de movilidad factorial tanto entre sectores como entre países en la asignación óptima de recursos[1]. Cuando se considera fija la dotación de factores, los precios relativos estarán determinados por la demanda, en tanto que estarán determinados por la oferta si los factores son móviles. Sin embargo, la existencia de las fricciones anteriormente señaladas parecieran indicar la posibilidad del caso intermedio de movilidad imperfecta de factores, donde el grado de flexibilidad sería función de diversas variables exógenas.

La determinación endógena del grado de movilidad factorial (y consecuentemente de la asignación de recursos) ha sido ampliamente tratada en la literatura económica, sobre todo cuando se tratan problemas de política económica.

En Mundell (1961), se encuentra un antecedente acerca de la importancia que adquiere la movilidad factorial en los procesos de integración económica, particularmente en la consideración de las áreas monetarias óptimas. En ese trabajo se señalan los incentivos para la

[1] La asignación óptima de recursos se producirá allí donde se igualen los precios relativos a la tasa marginal de sustitución entre bienes (cociente de la utilidades marginales en el consumo) y con la tasa marginal de transformación (cociente de las productividades marginales de los factores entre sectores)

adopción de un determinado sistema de tipo de cambio que permita una mejor asignación de recursos, enfatizando el rol de la movilidad imperfecta factorial entre regiones. En tanto que Mc Kinnon (1963), enfatiza el rol que el grado de apertura tiene en el grado de movilidad factorial entre sectores de una misma región y su influencia sobre la determinación de un sistema de tipo de cambio óptimo.

Mussa (1984) trata el momento y velocidad óptima en la adopción de una política de liberalización comercial. Allí se analiza el impacto sobre la asignación intersectorial de factores productivos hacia el sector competitivo internacionalmente, considerando cambios (exógenos) en los precios relativos del tipo "once and for all" sujeto a la existencia de costos de ajuste en la asignación intersectorial de la inversión.

La asignación intertemporal de recursos que genera el cumplimiento de la condición solvencia de la cuenta corriente ha sido resaltado en Heymann (1993). Esta condición implica una restricción intertemporal de presupuesto de cumplimiento ineludible. Si un país incurre en un déficit presente en su cuenta corriente, debe generar superávits comerciales futuros. Por lo tanto se debe producir una reasignación de recursos hacia el sector transable con o sin financiamiento voluntario.

Otra literatura, por ejemplo Dixit (1987), Dixit (1989a) y Krugman (1988) analizan el comportamiento inercial de la producción y de la inversión de los sectores competitivos internacionalmente, considerando exógenos el comportamiento estocástico del tipo de cambio real o de los flujos de capital.

Bertola (1989), enfatiza que el grado de movilidad factorial interregional es endógeno respecto no sólo de la magnitud de los costos de ajuste sino también del grado de incertidumbre. Realizando una analogía con la teoría de valuación de opciones reales[2], en un contexto de incertidumbre, amplias fluctuaciones en los fundamentos no incentivarán fácilmente una reasignación de recursos. Por ejemplo, diferencias de retornos de la inversión apreciables en un país, no incentivarán la inversión dado que se incrementa el valor de opción de la "inacción".

En Dixit (1989b) se puede encontrar un análisis de opciones reales para el caso de movilidad intersectorial del capital entre el sector que produce bienes exportables y el resto de la

[2] Ver Dixit y Pyndick (1994) y Trigeorgis (1997)

economía, considerando shocks exógenos sobre el precio relativo de los exportables (determinados internacionalmente). Una unidad marginal del capital se mueve hacia el otro sector cuando su valor total en el nuevo sector excede al existente en el antiguo más el costo de ajuste. Cuanto mayor incertidumbre, la brecha entre ambos valores será mayor dando lugar a una zona de inacción donde la reasignación del capital intersectorial no ocurrirá aunque cambien los precios y rentabilidades relativas. En otros términos, para inducir un cambio en la composición sectorial del stock de capital, el shock sobre el precio relativo debería ser de una magnitud tal que compense el mayor costo de oportunidad de realizar la inversión en otro sector dado que no sólo por la rentabilidad del capital en el sector original más los costos de ajuste de reasignación sino también por el valor de la opción de quedarse esperando nueva información.

El modelo citado introduce incertidumbre a través del comportamiento aleatorio y exógeno del precio relativo. Sin embargo, en una economía abierta de dos sectores, por lo general los precios relativos, especialmente el tipo de cambio real, tienen un comportamiento endógeno respecto de los cambios de ciertas variables exógenas.

Este trabajo se propone analizar la influencia que produce la incertidumbre sobre la asignación de recursos en una economía abierta donde el grado de movilidad factorial y los precios relativos tienen un comportamiento endógeno respecto del grado de certeza.

Mediante la utilización de la programación dinámica estocástica y el análisis de opciones reales se modeliza los determinantes de la asignación intersectorial del capital, en una economía compuesta por dos sectores: transables y no transables, ante shocks tecnológicos que afectan sus respectivas funciones de producción, en analogía con los modelos de ciclo real de equilibrio.

En la siguiente sección se plantea un modelo de tipo determinista a los fines de analizar los determinantes fundamentales de la asignación sectorial del capital suponiendo capital plenamente flexible y certidumbre plena.

II-Modelo Determinista

Se plantea una economía abierta pequeña compuesta por dos sectores: transables (T) (bienes producidos son comerciables internacionalmente) y no transables (N) (bienes producidos no comerciables internacionalmente). Se supone funciones de producción de cada uno de ellos dependientes únicamente del factor capital, presentando las propiedades neoclásicas o condiciones de Inada y rendimientos constantes a escala. Se supone que los otros factores son completamente específicos a cada uno de los sectores, siendo el capital, el factor que ajusta ante el cambio de las variables exógenas. Dado que en este trabajo se analiza exclusivamente la asignación intersectorial de la inversión independientemente de las fluctuaciones de la inversión agregada, la magnitud del stock de capital agregado queda fijo en $\overline{K} = K_T + K_N$; por lo tanto las decisiones de inversión consisten en mover marginalmente el capital de un sector a otro.

Se determina que el bien transable es el numerario, siendo P, el precio relativo de los no transables respecto de los transables, o en otros términos, el tipo de cambio real. El bien de capital es transable, y existe perfecta movilidad internacional de este, permitiendo que la tasa doméstica de retorno sea igual a la tasa de interés internacional r en términos de transables y que los rendimientos del stock en cada sector deberán ser iguales a la tasa de interés internacional.

Se considera el problema de una firma cuyo objetivo es maximizar su valor presente, el cual es el valor descontado de sus cash-flows. Dado que aquí se supone agente representativo y equilibrio de competencia perfecta, el objetivo es análogo al de un planificador social omnisciente que busca maximizar el bienestar general, en este caso el valor presente del producto:

$$V(K_T, K_N) = max(Y_T + Y_N) \quad (1)$$

s.a. $\overline{K} = K_T + K_N$,

$$\dot{K}_i = \frac{dK_i}{dt}$$

i= T, N

Siendo Y_i, los ingresos obtenibles del capital instalado en cada sector:

$$Y_T = \int_0^{\infty} e^{-rt}\left[A_T F(K_T)\right]dt - \dot{K}_T \quad (2)$$

$$Y_N = \int_0^{\infty} e^{-rt}\left[PA_N G(K_N)\right]dt - \dot{K}_N \quad (3)$$

F(KT), G(KN): las funciones de producción del sector transable y no transable respectivamente

A_i: los residuos de Solow de cada función de producción o “total factor productivity”

P: el precio relativo del sector no transable o inversa del tipo de cambio real.

r: tasa de interés internacional

Suponiendo que se cumplen las condiciones de segundo orden del problema de optimización, las condiciones de primer orden resultan:

$$A_T F^{'}(K_T) = r \quad (4)$$

$$PA_N G^{'}(K_N) = r \quad (5)$$

De esta manera el precio relativo de equilibrio que iguala las productividades marginales del capital de ambos sectores, la inversa del tipo de cambio real de equilibrio resulta:

$$P = \frac{A_T F^{'}(K_T)}{A_N G^{'}(K_N)} \quad (6)$$

Dado que aquí se supone rendimientos constantes a escala, se cumple el teorema de Euler[3]. Tomándolo en cuenta, aplicando logartimos y diferenciando totalmente (6)[4], se puede demostrar que el crecimiento del precio relativo de los no transables es:

$$\hat{P} = \hat{A}_T - \hat{A}_N \quad (7)$$

Cabe notar las implicancias respecto del comportamiento del tipo de cambio real en el largo plazo. Un crecimiento más rápido de la productividad en el sector transable implicará un crecimiento del precio relativo de los no transables[5].

---

[3] El producto se agota en la remuneración de los factores.

[4] El símbolo $\wedge$ denota variación porcentual pequeña o derivada logarítmica: $\hat{X} = d\log X = dX/X$ para cualquier variable X que asuma valores positivos.

II-Los costos de ajuste de la reasignación intersectorial del capital

El modelo anterior demuestra que si el capital es completamente maleable, ante la aparición de un rendimiento diferencial del capital en algún sector, el ajuste a la asignación óptima será instantánea, lo cual es poco realista.

Por lo general la inversión es irreversible, es decir existen costos hundidos irrecuperables cuando se instala un bien de capital en un proceso de producción. La irreversibilidad de la inversión puede fundamentarse en distintas razones independientes entre sí, por ejemplo[6]:

- La inversión constituye un costo hundido cuando son específicos a la firma
- Asimetrías de información del comprador respecto de la calidad del equipo que está adquiriendo o "lemmons problem"
- Alguna restricción institucional o regulatoria

Una manera de introducir irreversibilidad en la inversión es suponer costos de ajuste de la inversión que permita un proceso ajuste gradual hacia el stock de capital óptimo.

Se pueden plantear los costos de ajuste de diversa maneras:

- De tipo lineal o "putty-clay", en función de la diferencia entre el precio de adquisición y el precio de venta del equipo de capital. En la medida que el costo de

---

[5] Llevado al terreno de las comparaciones internacionales, este resultado es similar al efecto Harrod-Balassa-Samuelson: existe la tendencia en aquellos países cuyos niveles de productividad del sector no transable sea relativamente elevado a tener niveles de precios mayores, ver Obstfeld y Rogoff (1996), Capítulo 4.

[6] Ver Dixit (1994)

la compra no sea parcialmente cubierto por la venta, la inversión dejará de ser reversible

- Tipo "lump-sum": cualquier costo fijo que se deba incurrir para efectivizar la inversión
- Costos de ajuste convexos: los cuales dependen de la tasa de inversión. El caso tradicional del tipo costos de ajuste cuadráticos.

Aquí se supondrá que el costo de ajuste de reasignar intersectorialmente el capital es función de la producción perdida durante el cual la unidad marginal de capital que se está reasignado no contribuye a aumentar la producción, los costos de ajuste en cada sector se puede modelizar de la siguiente manera[7]:

$$h(A_T, K_T) = h_0\left[G(K-(K_T-1)) - G(K-K_T)\right] \quad (8)$$

Es el costo de mover una unidad más de capital desde el sector N al sector T

$$l(A_T, K_T) = l_0\left[F(K_T) - F(K_T-1)\right] \quad (9)$$

Es el costo de mover una unidad más de capital desde el sector T al sector N

III-Modelo Estocástico

De acuerdo a lo señalado por Hicks (1974), la adquisición de un activo real, para propósitos particulares, como ser un nuevo equipo productivo o una nueva fábrica, compromete a su usuario a seguir un curso de acción extendiendo en el tiempo su compromiso. No ocurre lo mismo con los activos de mercado, donde no existe la misma disminución de flexibilidad ya que la firma está en posición de ser flexible tanto antes como después de su adquisición.

Es decir que cuando existe irreversibilidad en la inversión e incertidumbre, los agentes económicos poseen preferencia por la flexibilidad: deciden quedarse en posiciones más liquidas

---

[7] Ver Dixit (1989b)

que permitan adaptarse a los cambios inciertos en las variables fundamentales. Este tipo de comportamiento genera la actitud del tipo “wait and see” a fin de que el paso del tiempo permita la obtención de nueva información para la toma de decisiones con mayor certeza.

La posibilidad de postergar la inversión se puede basar entre otras consideraciones en:

- La poseción de oportunidades de inversión, opciones de inversión, para la firma como resultado de la existencia de patentes, derechos de propiedad, reputación, habilidad gerencial, reputación, escala, posición de mercado, etc.
- Diferir la inversión puede ser resultado de que los beneficios de esperar nueva información pueden ser mayores que los costos de espera dados por las consideraciones estratégicas de invertir tempranamente y prevenir la entrada de nuevos competidores
- Dado que los futuros beneficios de la inversión son inciertos, la posibilidad de postergarla le otorga un valor de opción al capital invertido, por lo cual existirá un comportamiento asimétrico respecto de las fluctuaciones del flujo de caja, donde se invertirá si estos suben, pero si estos bajan la firma no se verá obligada a realizar la inversión prevista.

Entonces en cada período, el agente económico deberá decidir entre realizar la inversión instalando una unidad adicional de capital productivo o esperar sin obtener ningún rendimiento pero conservando la opción de invertir en el futuro[8]. Es decir que si la inversión es irreversible, total o parcialmente, el costo de oportunidad de esta estará dado no sólo por la tasa de interés sino también el valor de la opción de no realizar la inversión y quedarse esperando nueva información.

En el caso tratado aquí, la posible reasignación del capital entre sectores ante la aparición de algún diferencial en los rendimientos se la puede analizar desde el punto de vista del análisis de opciones reales.

[8] Cabe acotar que en los modelos de la teoría de inversión irreversible, esta mayor demanda por flexibilidad de los agentes económicos en un contexto de incertidumbre se produce independientemente de la actitud frente al riesgo de los inversores. En Dixit (1994) se encuentra un resúmen de la literatura que considera las inversiones irreversibles en un contexto de incertidumbre mediante el análisis de opciones, ver también Trigeorgis (1997).

El objetivo de esta sección consiste en introducir incertidumbre en el modelo determinista presentado en la anterior sección, mediante la postulación de procesos estocásticos en la variable tecnológica o residuo de Solow (Total Factor Productivity). Ello permite, en primer lugar, asimilar el modelo presentado a un modelo de ciclo real de equilibrio donde el agente económico representativo reasigna los factores de producción en función de shocks tecnológicos, al mismo tiempo que permite endogeneizar el comportamiento del precio relativo sectorial a los diversos shocks exógenos que afectan a cada sector. Por otra parte, al modelizar la incertidumbre de acuerdo a un proceso estocástico de tipo browniano, permite analizar el comportamiento de la asignación intersectorial del capital de acuerdo a la teoría de opciones reales.

A los fines de simplificar el modelo, se supondrá que sólo el sector transable tiene un componente tecnológico exógeno que evoluciona de acuerdo al proceso estocástico postulado[9]. Se postula que la productividad total de los bienes transables evoluciona estocásticamente de acuerdo a un movimiento browniano geométrico:

$$\frac{dA_T}{A_T} = m dt + s dz \quad (10); \qquad \mathrm{E}(dz)=0,\ \mathrm{E}(dz^2)=dt$$

donde E denota el operador de expectativas. Tal como se señala en Dixit (1989b), por la teoría del movimiento browniano se sabe que $\ln A_{Tt} \approx N\{(\ln A_{T_0}, + (m-(1/2)s^2)t; s^2 t\}$. De las propiedades de la distribución lognormal, se sabe que $E(\frac{A_{Tt}}{A_{T0}}) = \exp(mt)$. La tendencia estocástica m corresponde a los cambios tendenciales del residuo de Solow del sector transable[10].

El objetivo del agente representativo es maximizar el valor presente esperado de la suma de los cash-flows de cada uno de los sectores (análogo al objetivo de un planificador social maximiza el valor presente del producto neto de los costos de ajuste). En Lucas y Prescott

[9] Este supuesto se puede justificar de diversas maneras. La razón más importante es que aparentemente este ha sido el caso de un conjunto de economías de países emergentes que han sufrido un proceso de apreciación cambiaria. Por otra parte, dado que los bienes transables son los que están sujetos de comercio internacional, es lógico que los precios y su ciclo de vida esté determinado exógenamente en el contexto de un país pequeño; mientras que los bienes no transables tendrán su progreso técnico determinado endógenamente en el mercado doméstico.

[10] Podrá tomar valores negativos si corresponde a un sector que esta sufriendo obsolecencia tecnológica o podrá alternar su signo en función de los ciclos del nivel de actividad sectorial.

(1974) se demuestra que el resultado de este objetivo es análogo al de un equilibrio competitivo con expectativas racionales. Es importante señalar que de acuerdo a Merton (1973), este problema es similar al de un inversor que desea maximizar el retorno de un portafolio invertido en activos de cada sector como si fuesen tecnologías de producción que representan las probabilidades de distribución de los cash-flows.

El problema de programación dinámica estocástica se puede plantear como sigue:

$$V(A_T, K_T) = max\{A_T F(K_T) + PA_N G(K - K_T) + E[dV(dA_T, K_T)]\}dt \quad (11)$$

s.a. K=K_T+K_N, al proceso estocástico definido en (10) y a los costos de ajuste de reasignar intersectorialmente el capital definidos en (8) y (9).

Tal como se demuestra en Dixit y Pyndick (1994), este problema puede ser resuelto en el contexto de la teoría de opciones reales. Sea $V(A_T, K_T)$ el valor de activo del stock de capital cuando se siguen las políticas óptimas, es decir el valor que adquiere el capital cuando se toma en cuenta el valor de la opción de no reasignarlo ante la ocurrencia de un evento y quedarse esperando nueva información.

Denominando:

$R = A_T F(K_T) + PA_N G(K - K_T)$: es el flujo de dividendos del activo subyacente

E(dV): son las expectativas de ganancias de capital, por apreciación del activo subyacente

El retorno esperado del capital asignado será $R + E(dV)/dt$, debiendo ser igual al retorno requerido rV, donde r es la tasa social descuento, suponiendola constante e igual a la tasa de interés internacional y neutralidad al riesgo.

Por Lema de Ito, las expectativas de apreciación resultan:

$$E[dV(A_T, K_T)]dt = V_{AT} A_T m dt + (1/2)V_{A_T A_T} s^2 A_T^2 dt$$

Entonces la condición de equilibrio para el activo será la siguiente ecuación diferencial:

$$(1/2)V_{A_T A_T}(A_T, K_T)\sigma^2 A_T^{\ 2} + \mu_i A_T V_{A_T}(A_T, K_T) - \rho V(A_T, K_N) = -R(A_T, K_T) \quad (12)$$

La solución de esta ecuación diferencial lineal de segundo orden no homogénea será la suma de la solución particular y la solución complementaria. Mientras que la primera reflejará el valor esperado presente descontado del capital cuando se mantenga la asignación constante, la segunda dará como resultado el valor de opción de reasignar intersectorialmente el stock de capital.

Solución particular

$$Q(A_T, K_T) = E\int_0^\infty (R(A_T, K_T)\exp(-\rho t)$$

$$Q(A_T, K_T) = \frac{A_T F(K_T)}{(\rho - \mu)} + \frac{PA_N G(K - K_T)}{\rho}$$

convergencia ρ>μ.

De esta manera queda definido el valor presente descontado del capital cuando se mantiene la asignación constante. En este caso el precio relativo de los no transables que permite igualar el rendimiento del capital de ambos sectores será:

$$P = \frac{\rho}{\rho - \mu}\frac{A_{T_0} F'(K_T)}{A_N G'(K - K_T)} \quad (13)$$

La versión determinista del modelo es análoga a la solución particular del modelo estocástico. Manteniendo la asignación constante, el precio relativo de los no transables ascenderá en la medida en que el crecimiento de la productividad del sector transable sea mayor respecto del sector no transable [11].

[11] Aquí se supuso crecimiento nulo de la productividad del sector no transable, lo cual reafirma el resultado del modelo determinista, ver nota 5.

Solución Complementaria

$$(1/2)V_{A_T A_T}(A_T, K_T)\sigma^2 A_T^2 + \mu A_T V_{A_T}(A_T, K_T) - \rho V(A_T, K_T) = 0 \quad (14)$$

Para la función complementaria se probará con A^{ε}:

$$\frac{1}{2}\sigma^2\varepsilon(\varepsilon - 1) + \mu\varepsilon - \rho = 0 \quad (15)$$

$$\phi(\varepsilon) = \varepsilon^2 - (1 - m)\varepsilon - r = 0$$

$$m = \frac{2\mu}{\sigma^2}, r = \frac{2\rho}{\sigma^2}$$

convergencia r > m

Dado que

$\phi(0) = -r < 0$

$\phi(1) = -(r-m) < 0$

$\phi''(\varepsilon) = 2$

Una de las raíces será positiva y mayor que 1, la otra será negativa:

$$\beta_1 = \left\{(1-m) + \left[(1-m) + 4r\right]^{\frac{1}{2}}\right\}/2 \quad > 1 \quad (16)$$

$$\beta_2 = \left\{(1-m) - \left[(1-m) + 4r\right]^{\frac{1}{2}}\right\}/2 \quad < 0 \quad (17)$$

La solución general será:

$$V(A_T, K_T) = C(K_T)A_T^{\beta_2} + D(K_T)A_T^{\beta_1} + Q(A_T, K_T) \quad (18)$$

Esta ecuación es análoga a la presentada por Dixit (1989b). El tercer miembro refleja el valor de preservar constante la asignación del capital incial. Los primeros dos términos son los valores de opción de cambiar esta asignación: $C(K_T)A_T^{\,b_2}$ es el valor de la opción de mover una unidad marginal de capital desde el sector transable al no transable y $D(K_T)A_T^{\,b_1}$ es el valor de opción de incorporar marginalmente capital al sector transable. La introducción de la incertidumbre hace que el retorno esperado del capital en ambos sectores deba igualar no solamente al costo de oportunidad bajo previsión perfecta, la tasa de interés, sino también al costo de oportunidad representado por la opción de quedarse esperando nueva información, sin hundir costos reasignando intersectorialmente el capital[12].

Incorporando el valor de la solución particular hallada, la solución general queda:

$$V\left(A_T, K_T\right) = C(K_T)A_T^{\,b_2} + D(K_T)A_T^{\,b_1} + \frac{A_T F(K_T)}{(r-m)} + \frac{PA_N G(K-K_T)}{r} \quad (19)$$

Para hallar la solución al problema de programación dinámica y los valores explícitos de *C* y *D* conviene plantear el problema en términos marginales:

$$f(K_T) = F(K_T) - F(K_T - 1) \quad (20)$$

$$g(K_T) = G(K-(K_T-1) - G(K-K_T) \quad (21)$$

$$c(K_T) = C(K_T) - C(K_T - 1) \quad (22)$$

$$d(K_T) = D(K_T - 1) - D(K_T) \quad (23)$$

Entonces la solución general se puede describir como:

$$V\left(A_T, K_T\right) = \sum_{j=1}^{K_T} \left\{ c(j)A_T^{\,b_2} + \frac{A_T f(j)}{(r-m)} + d(j)A_T^{\,b_1} + \frac{PA_N g(j)}{r} \right\} \quad (24)$$

Queda definido el valor de activo del stock de capital en términos de la suma del valor de las productividades marginales del stock utilizado en cada sector más el valor de las opciones de moverlo marginalmente de un sector al otro.

[12] Mientras que en Dixit (1989b) la demanda por flexibilidad es generada por la evolución exógena estocástica del precio, aquí la incertidumbre se genera por la aparición de shocks tecnológicos con un

Para hallar el precio a partir del cual es óptimo reasignar el stock de capital, es necesario determinar los valores óptimos (umbrales) a partir del cual se reasignará capital intersectorialmente. La programación dinámica estocástica para variables en tiempo continuo plantea dos condiciones para la resolución del problema: la Value-Matching Condition y la Smooth-Pasting Condition [13]:

El umbral óptimo del precio a partir del cual se reasigna capital hacia el sector transable, dependerá de la evolución estocástica del shock tecnológico en ese sector. Habrá un valor umbral para A_T, A_{TH}, a partir del cual será óptimo invertir en el sector *T*:

Value-Matching Condition

$$V(A_{T_H}(K_T), K_T - 1) = V(A_{T_H}(K_T), K_T) - h(A_{T_H}(K_T), K_T) \quad (25)$$

Smooth-Pasting Condition

$$V_A(A_{T_H}(K_T), K_T - 1) = V_A(A_{T_H}(K_T), K_T) - h_A(A_{T_H}(K_T), K_T) \quad (26)$$

Análogamente se plantea el umbral óptimo del precio a partir del cual se reasigna capital hacia el sector no transable, el cual dependerá, en este caso, de la evolución estocástica del shock tecnológico en el sector T. Habrá un umbral para A_T, A_{Tl}, a partir del cual será óptimo invertir en el sector N:

Value-Matching Condition

$$V(A_{T_L}(K_T), K_T - 1) = V(A_{T_L}(K_T), K_T) - l(A_{T_L}(K_T), K_T) \quad (27)$$

Smooth-Pasting Condition

---

componente estocástico impredecible; análogamente a la teoría del ciclo real de equilibrio.

[13] Ver Dixit (1993)

$$V_A(A_{T_L}(K_T), K_T - 1) = V_A(A_{T_L}(K_T), K_T) - l_A(A_{T_L}(K_T), K_T) \quad (28)$$

Resolviendo estas condiciones para la explicitación del problema según la ecuación (), se obtiene[14]:

$$cA_{T_H}^{\,b_2} - dA_{T_H}^{\,b_1} + \frac{A_{T_H} f}{r - m} - \frac{PA_N g}{r} = h_0 Pg \quad (29)$$

$$-acA_{T_H}^{\,b_2 - 1} - bdA_{T_H}^{\,b_1 - 1} + \frac{f}{r - m} = 0 \quad (30)$$

$$cA_{T_L}^{\,b_2} - dA_{T_L}^{\,b_1} + \frac{A_{T_L} f}{r - m} - \frac{PA_N g}{r} = -l_0 A_{T_L} f \quad (31)$$

$$-acA_{T_L}^{\,b_2 - 1} - bdA_{T_L}^{\,b_1 - 1} + \frac{f}{r - m} = -l_0 f \quad (32)$$

No es posible obtener directamente una solución explicita para la evolución estocástica de A_{TH} y de A_{TL}, dada su naturaleza no lineal debido a la dependencia de c y de d respecto de K_T.

Sin embargo, si se toma en cuenta que en el caso de considerar la posibilidad de mover capital del sector no transable al transable, el valor de la unidad de capital que se deja sin producir cuando se reasigna capital en la dirección contraria, $c(K_T)$, no tiene valor[15], entonces se puede demostrar que el valor umbral que tiene que alcanzar A_T , A_{TH} será:

$$A_{T_H}(K_T) = \frac{b_1}{1 - b_1} \frac{r - m}{r} \frac{Pg(A_N + rh_0)}{f} \quad (33)$$

El precio relativo de los no transables, o inversa del tipo de cambio real, que iguala las productividades marginales del capital instalado en cada uno de los sectores cuando se considera la decisión incierta de mover capital hacia el sector transable, P_H resulta:

$$P_H(K_T) = P\frac{b_1}{b_1 - 1} = \frac{r}{r - m} \frac{fA_{T_H}(K_T)}{g(A_N + rh_0)} \quad (34)$$

---

[14] Se suprimió la dependencia respecto de K_T a los fines de simplificar la notación

[15] Las decisiones alternativas ante un shock de productividad en el sector transable son asignar más capital a este sector o conservar la asignación previa. En este último caso $c(K_T)$, que representa la opción de mover marginalmente capital desde el sector transable al no transable, no tiene sentido económico.

Idem con el movimiento inverso del capital en dirección al sector N [$d(K_T)$ = 0], se puede demostrar que el valor umbral que tiene que alcanzar A_T , A_{TL} será:

$$A_{T_L}(K_T) = \frac{b_2}{b_2 - 1}\frac{r - m}{r}\frac{PA_N\, g}{\left[1 + (r - m)l_0\right]f} \quad (35)$$

En este caso el precio relativo de los no transables o inversa del tipo de cambio real cuando se consideran reasignaciones de capital hacia el sector no transable será:

$$P_L(K_T) = \frac{b_2}{b_2 - 1} = \frac{r}{r - m}\frac{\left[1 + (r - m)l_0\right]fA_{T_L}(K_T)}{gA_N} \quad (36)$$

Para determinar los efectos de la incertidumbre en las decisiones de asignación intersectorial del capital, se deben tomar en cuenta sus efectos sobre A_{TL}, A_{TH}, y P.

En este modelo, la influencia de la incertidumbre se produce a través de los efectos que cambios en σ tienen sobre el comportamiento de las raíces características de la ecuación cuadrática (15), b_1 y b_2, que determinan la solución complementaria del problema de programación[16].

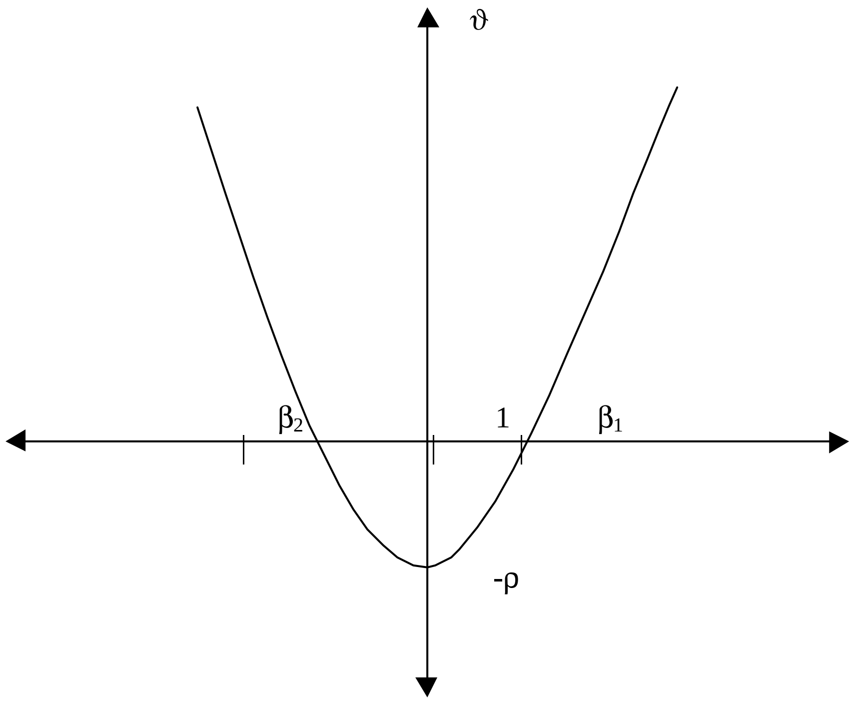
Denominando J a la parte izquierda de esta ecuación:

$$J = \frac{1}{2}s^2 b(b - 1) + mb - r = 0$$

J resulta ser función de b, s y de m. Geométricamente ϑ se puede describir como función de b, resultando en una parábola, donde $J(1)$=0 y $J(0)$=-r, geométricamente, que corta al eje de abcisas a la derecha de 1 y a la izquierda de 0 (figura 1):

FIGURA 1

[16] Para esta demostración ver Dixit (1993) y Dixit y Pyndick (1994)



La estática comparativa consiste en diferenciar totalmente ϑ:

$$\frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial \boldsymbol{b}_1}\frac{\partial \boldsymbol{b}_1}{\partial \boldsymbol{s}}+\frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial \boldsymbol{s}}=0$$

(+) (-) (+)

$$\frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial \boldsymbol{b}_2}\frac{\partial \boldsymbol{b}_2}{\partial \boldsymbol{s}}+\frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial \boldsymbol{s}}=0$$

(-) (+) (+)

Dado que por la figura 1 se comprueba que ¶*J*/¶b_1 > 0 y que ¶*J*/¶*s* > 0, entonces necesariamente b_1 decrece cuando aumenta la incertidumbre y por lo tanto la cuña b_1/b_1-1 crece.

Es decir que:

$$\frac{A_{T_H}f}{\boldsymbol{r}-m} > \frac{Pg}{\boldsymbol{r}}(A_N + \boldsymbol{r}h_0) \quad (37)$$

debido a la brecha que genera la incertidumbre, b_1/b_1-1.

Considerando la decisión de invertir en el sector transable ante un shock de productividad en ese sector, la rentabilidad exigida a la inversión en el sector transable será mayor, cuanto mayor sea la varianza del shock, en comparación con la situación de plena certeza. Por lo tanto, el precio relativo umbral de los no transables, P_H, deberá ser mayor (el tipo de cambio real exigido deberá ser menor) en un contexto de incertidumbre respecto del contexto determinístico.

También se demuestra que ¶J/¶b_2 < 0 (ver figura 1) y que ¶J/¶s > 0, entonces necesariamente b_2 crece cuando aumenta la incertidumbre y por lo tanto la cuña b_2/b_2-1 decrece.

Por lo tanto:

$$\frac{P_L g A_N}{r} > \frac{\left[1+\left(r-m\right)l_0\right]A_{T_H} f}{r-m} \quad (38)$$

debido a la brecha que genera la incertidumbre b_2/b_2-1.

Tomando en cuenta la decisión de incentivar una reasignación de capital hacia el sector no transable, la amplitud de la varianza de un shock de productividad en el sector transable hará que la rentabilidad exigida en el sector no transable sea mayor respecto de la situación determinística. En este caso, P_L, será menor (el tipo de cambio real exigido será mayor) en un contexto estocástico respecto de la situación de plena certidumbre.

Cuando se toma en cuenta los efectos de la irreversibilidad en la inversión y la incertidumbre, las rentabilidades relativas exigidas para asignar intersectorialmente capital de un sector a otro serán mayores respecto del caso determinístico cuanto mayor sea la volatilidad del shock. De esta manera, la incertidumbre ante el shock tecnológico, que en este caso afecta al sector transable, aumenta el rango de inactividad, es decir de permanencia de la asignación intersectorial del capital de "status quo". El precio relativo de los no transables (umbral) o inversa del tipo de cambio real umbral fluctuará endógenamente en función de la magnitud de los shocks. En este caso, el precio umbral resultante de la decisión de asignar más capital al sector transable será mayor que en un contexto determinista con costos de ajuste $P_+(K_T)$ y este a su vez deberá superar al del modelo determinista con plena reversibilidad de la inversión.

A su vez el tipo de cambio rea umbral, cuando se consideran decisiones de asignación hacia el sector no transable será mayor que bajo plena certidumbre, aún tomando en cuenta los costos de ajuste: En términos analíticos:

$$P_H(K_T) > P_+(K_T) > P_0(K_T) > P_-(K_T) > P_L(K_T) \quad (39)$$

Es decir que la rentabilidad exigida que induciría una mayor asignación de capital hacia el sector transable, será mayor cuanto mayor sea el costo de oportunidad dado por la tasa de interés, el valor de opción de no reasignarlo y los costos de ajuste que se deban incurrir si se incurre en dicha acción.

V-Conclusiones

Se probó mediante una modelización simple de la oferta en una economía abierta, que la incertidumbre originada por los shocks tecnológicos provocan fluctuaciones endógenas en el tipo de cambio real e inercia en la asignación intersectorial del capital.

Una conclusión que se puede extraer de este modelo, es que ciertas economías pueden tener un proceso de apreciación cambiaria, por ejemplo como consecuencia de shocks estocásticos sobre la producción de transables como consecuencia de la incertidumbre que generan la varianza de estos shocks. Fenómeno que se puede dar independientemente de la tendencia a largo plazo dada por los diferenciales de productividad (relativos al resto del mundo) favorables al sector transable (Teorema de Harrod-Balassa-Samuelson).

Similar razonamiento puede utilizarse si se analiza el caso de un proceso de integración económica, donde el área de libre comercio o de la unión aduanera representaría la economía tratada en este modelo, mientras que los sectores representarían a los países. El inicio de una unión aduanera, bien puede ser representado analíticamente como un shock de productividad en el sector transable de los países integrantes. Un proceso de apreciación cambiaria en alguno de los países integrantes puede ser producto de la incertidumbre que genera su inestabilidad macroeconómica, independientemente de sus niveles de productividad.

BIBLIOGRAFIA

Bertola, Giuseppe (1989): " Factor Mobility, Uncertainty and Exchange Rate Regimes", en European Central Bank? Perspectives on Monetary unification after ten years of the EMS, Ed Giovannini, Alberto y De Cecco, Marcello, Cambridge University Press

Dixit, Avinash K.(1989*): "Hysteresis, Import Penetration, and Exchange Rates Passthrough", Quaterly Journal of Economics 104 (mayo)

Dixit, A.K. (1989): " Intersectoral Capital Reallocation under Price Uncertainty", Journal of International Economics 26 (1989)

Dixit, A.K. (1993). "The Art of Smooth Pasting", Harwood Academic Publishers

Dixit, A.K. y Pindyck, R.S.(1994): "Investment under Uncertainty", Princenton University Press.

Heymann, Daniel (1994): "Sobre la Interpretación de la Cuenta Corriente", Economía Mexicana enero-marzo

Hicks, John (1974): "The Crisis in Keynesian Economics", Yrjo Jahnsoon Lectures, Basil Blackwell, Oxford

Krugman, Paul (1988): "Deindustrialization, Reindustrialization, and the Real Exchange Rate", NBER Working Paper No. 2586, Mayo

Lucas, Robert,E. y Prescott, Edward C. (1974): "Equlibrium Search and Unemployment, Journal of Economic Theory 3, No. 4

Merton, Robertn C. (1973): “An Intertemporal Capital Asset Pricing Model”, Econométrica Vol 41, No 5

Mc Kinnon, Ronald I. (1963): “Optimun Currency Areas”, American Economic Review 53

Mundell, Robert A. (1961): “A Theory of Optimun Currency Areas”, American Economic Review 51

Mussa, Michael (1984): “The Adjustment Process and The Timing of Trade Liberalization”, National Bureau of Economic Research, Working paper n.1458

Obstfeld, Maurice and Rogoff, Keneth (1996): “Foundations of International Macroeconomics”, The Mit Press, Londres, Inglaterra

Trigeorgis, Lenos (1997): *Real Options: Managerial, Flexibility and Strategie in Resource Allocation.* The MIT Press.